

Themenvorschläge für die kleinen Übungen am 2. Dezember 2004

- a) *Richtig oder falsch:* Die Funktion $f(t) = \frac{1}{1+t^2}$ ist stark abfallend.
- b) *Richtig oder falsch:* Die Funktion $f(t) = \frac{1}{\cosh t}$ ist stark abfallend.
- c) *Richtig oder falsch:* Die Funktion $f(t) = e^{-|t|}$ ist stark abfallend.
- d) *Richtig oder falsch:* Die Funktion $f(t) = te^{-t}$ ist stark abfallend.
- e) *Richtig oder falsch:* Die Summe zweier stark abfallender Funktionen ist wieder stark abfallend.
- f) *Richtig oder falsch:* Ist f stark abfallend, so auch jede Potenz f^n mit $n \in \mathbb{N}$.
- g) Welche periodischen Funktionen sind stark abfallend?
- h) *Richtig oder falsch:* Wenn die FOURIER-Transformierte von $f \in L^2(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ existiert, ist f stark abfallend.
- i) Die FOURIER-transformierbare Funktion f erfülle die Gleichung

$$\ddot{f}(t) + 4\dot{f}(t) - 3f(t) = g(t)$$

mit einer FOURIER-transformierbaren Funktion g . Drücken Sie $\hat{f}(\omega)$ durch $\hat{g}(\omega)$ aus!

- j) Laut Vorlesung ist $\mathcal{L}\{t^n\}(s) = \frac{n!}{s^{n+1}}$. Konstruieren Sie mit Hilfe dieser Beziehung jene Stammfunktion $F(t)$ von $f(t) = t^n$, für die $F(0) = a$ ist!
- k) Was ist $\mathcal{L}\{e^{\lambda t}\}(s)$?
- l) Für welche $s \in \mathbb{C}$ existiert $\mathcal{L}\left\{\frac{1}{t}\right\}(s)$?
- m) Zeigen Sie: $\mathcal{L}\{tf(t)\}(s) = -\frac{d}{ds}\mathcal{L}\{f(t)\}(s)$!
- n) Was ist $\mathcal{L}\{t^2 f(t)\}(s)$?
- o) Was ist $\mathcal{L}\{t^{2004} e^{-2005t}\}(s)$?
- p) Was ist $\mathcal{L}\{t^{2004} e^{-2005t}\}(s)$?
- q) Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$\ddot{x}(t) + x(t) = 0, \quad x(0) = \sin a, \quad \dot{x}(0) = \cos a$$

via Laplace-Transformation und beweisen Sie so die Additionsformel für $\sin(x+a)$!

- r) Wie kann man auf ähnliche Weise die Additionsformel für den Kosinus herleiten?
- s) Lösen Sie das Anfangswertproblem $\dot{y}(t) = \lambda y(t)$ und $y(0) = c$ mit Hilfe von LAPLACE-Transformationen!
- t) Lösen Sie das Anfangswertproblem $y^{(4)} - 16y(t) = 0$ mit $y(0) = 1$, $\dot{y}(0) = 2$, $\ddot{y}(0) = 3$ und $y^{(3)}(0) = 0$ mit Hilfe einer Tabelle von LAPLACE-Transformationen!
- u) Lösen Sie die Differentialgleichung $y^{(3)}(t) = y(t)$ mit den Anfangsbedingungen $y(0) = 0$, $\dot{y}(0) = 0$ und $\ddot{y}(0) = 0$!