

## Themenvorschläge für die kleinen Übungen am 25. November 2004

- a) *Richtig oder falsch:* Für zwei Funktionen  $f, g \in L_T(\mathbb{R}, \mathbb{C})$  ist  $f * (g + h) = f * g + f * h$ .
- b) *Richtig oder falsch:* Für eine Funktion  $f \in L_T(\mathbb{R}, \mathbb{C})$  ist  $f * \frac{1}{f} = 1$ .
- c) *Richtig oder falsch:* Die Funktionenfolge  $f_n(t) = \frac{1}{t + \frac{1}{n}}$  ist gleichmäßig konvergent  
1.) auf dem Intervall  $[0, 1]$     2.) auf dem Intervall  $[1, 2]$ .
- d) *Richtig oder falsch:* Die FOURIER-Reihe von  $f(t) = \tan t$  konvergiert für alle  $t \in \mathbb{R}$ .
- e) *Richtig oder falsch:* Die FOURIER-Reihe von  $f(t) = |t|$  für  $|t| < \pi$  und  $f(\pi) = 0$ , periodisch fortgesetzt mit Periode  $2\pi$ , zeigt bei der Konvergenz das GIBBS-Phänomen.
- f) *Richtig oder falsch:* Die FOURIER-Reihe von  $f(t) = |t|$  für  $0 \leq t < 2\pi$ , periodisch fortgesetzt mit Periode  $2\pi$ , zeigt bei der Konvergenz das GIBBS-Phänomen.
- g)  $f$  sei periodisch mit Periode  $2\pi$ , und für  $-\pi \leq t < \pi$  sei  $f(t) = t$ . Wohin konvergiert die FOURIER-Reihe von  $f$  für  $t = \pi$ ?
- h) Die Kippschwingung  $f(t)$  sei periodisch mit Periode  $10$ , und für  $0 \leq t < 10$  sei  $f(t) = e^{-t}$ . Wohin konvergiert die FOURIER-Reihe von  $f$  für  $t = 0$ ?
- i) *Richtig oder falsch:* Die Funktion  $f(t) = |\sin t|$  ist linear unabhängig von den Funktionen  $1, \cos kt, \sin lt$  mit  $k, l \in \mathbb{N}$ .
- j) *Richtig oder falsch:* Die Funktionen  $1, \cos kt, \sin lt$  mit  $k, l \in \mathbb{N}$  bilden ein vollständiges Orthonormalsystem für  $L_{2\pi}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ .
- k) *Richtig oder falsch:* Ist  $f(t)$  eine gerade Funktion, so auch  $\hat{f}(\omega)$ .
- l) *Richtig oder falsch:* Ist  $f(t)$  eine ungerade Funktion, so auch  $\hat{f}(\omega)$ .
- m) *Richtig oder falsch:* Ist  $f(t)$  eine gerade Funktion, so auch  $\mathcal{L}\{f(t)\}(s)$
- n) *Richtig oder falsch:* Ist  $f(t)$  eine ungerade Funktion, so auch  $\mathcal{L}\{f(t)\}(s)$ .
- o) Berechnen Sie die FOURIER- und die LAPLACE-Transformierte von  $f(t) = \begin{cases} 1 - |t| & \text{für } |t| \leq 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} !$
- p) Berechnen Sie die FOURIER- und die LAPLACE-Transformierte von  $f(t) = \begin{cases} \sin t & \text{für } |t| < \frac{\pi}{2} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} !$
- q)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  sei eine reellwertige Funktion, deren FOURIER-Transformierte  $\hat{f}(\omega)$  existiere. Drücken Sie Real- und Imaginärteil von  $\hat{f}(\omega)$  durch reelle Integrale aus!
- r) Welches dieser Integrale verschwindet für gerade bzw. ungerade Funktionen  $f$ ?
- s) Was ist  $\mathcal{L}\{e^{\lambda t}\}(s)$  für  $\lambda \in \mathbb{R}$ ?
- t) Gilt dies auch für komplexe  $\lambda$ ?
- u) Berechnen Sie  $\mathcal{L}\{\sinh at\}(s)$  und  $\mathcal{L}\{\cosh at\}(s)$ !
- v) Interpretieren Sie die Ergebnisse für  $a = i\omega$ !
- w) Berechnen Sie  $\mathcal{L}\{f(t)\}(s)$  für  $f(t) = \begin{cases} 1 & \text{falls } [t] \text{ gerade} \\ 0 & \text{falls } [t] \text{ ungerade} \end{cases} !$  Stellen Sie das Ergebnis nicht als unendliche Summe dar, sondern als geschlossenen Ausdruck!
- x) Bestimmen Sie die LAPLACE-Transformierte von  $f(t) = t - [t]$  und stellen Sie auch hier das Ergebnis in geschlossener Form dar!