

17. Januar 2005

12. Übungsblatt Höhere Mathematik II

Fragen: (je ein Punkt)

Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.

- 1) *Richtig oder falsch:* Falls zwei lineare homogene Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten dasselbe charakteristische Polynom haben, haben sie dieselbe Lösungsmenge.
- 2) *Richtig oder falsch:* Schreibt man eine lineare homogene Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten als System $\vec{y}'(t) = A\vec{y}(t)$ von linearen Differentialgleichungen, so hat jeder Eigenwert von A die geometrische Vielfachheit eins.
- 3) *Richtig oder falsch:* Falls alle Nullstellen des charakteristischen Polynoms einer linearen homogenen Differentialgleichung mit reellen konstanten Koeffizienten rein imaginär sind, sind alle Lösungen reine Schwingungen.
- 4) *Richtig oder falsch:* Die Differentialgleichung $y^{(3)}(t) + a_2\ddot{y}(t) + a_1\dot{y}(t) + a_0y(t) = 0$ mit $a_i \in \mathbb{R}$ und $a_0 > 0$ hat eine Lösung $y(t) \neq 0$, die für $t \rightarrow \infty$ beschränkt bleibt.
- 5) Bestimmen Sie die komplexen Lösungsfunktionen von $\ddot{y}(t) + 2iy(t) = 0$!

Aufgabe 1: (6 Punkte)

- a) Bestimmen Sie die sämtlichen Lösungen der homogenen linearen Differentialgleichung

$$y^{(4)}(t) + 2y^{(3)}(t) - 2\dot{y}(t) - y(t) = 0!$$

- b) Bestimmen Sie die sämtlichen Lösungen der inhomogenen linearen Differentialgleichung

$$y^{(4)}(t) + 2y^{(3)}(t) - 2\dot{y}(t) - y(t) = 4 \sin t!$$

- c) Welche Möglichkeiten gibt es jeweils für das Langzeitverhalten einer Lösungsfunktion?

Aufgabe 2: (6 Punkte)

- a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der homogenen linearen Differentialgleichung

$$y^{(4)}(t) + 8y^{(2)}(t) + 16y(t) = 0!$$

- b) Bestimmen Sie die sämtlichen Lösungen der inhomogenen linearen Differentialgleichung

$$y^{(4)}(t) + 8y^{(2)}(t) + 16y(t) = 25 \cos 3t + 25 \sin 3t!$$

- d) Welche Möglichkeiten gibt es jeweils für das Langzeitverhalten einer Lösungsfunktion?

Aufgabe 3: (3 Punkte)

- a) Formulieren Sie das Anfangswertproblem $\dot{y}(t) = (3 - 3y(t)) \cdot t^2$ mit $y(0) = 2$ um in eine Fixpunktgleichung und berechnen Sie, ausgehend von $y_0(t) = 2$, mindestens die ersten drei Iterationen zur Bestimmung des Fixpunkts!
- b) Erraten Sie auf Grund dieser Näherungslösungen den Fixpunkt und weisen Sie nach, daß Sie richtig geraten haben!

Abgabe bis zum Montag, dem 24. Januar 2005, um 15.30 Uhr