Wolfgang K. Seiler
Tel. 2515

A5, C201

29. November 2004

7. Übungsblatt Höhere Mathematik II

Fragen: *(je ein Punkt)*
Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze *Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.*

1) Richtig oder falsch: Die Funktion $e^{-t}\cos t$ ist stark abfallend.

2) Richtig oder falsch: Die Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(t) = 1$ für $|t| \leq 1$ und $f(t) = 0$ sonst ist stark abfallend.

3) Richtig oder falsch: Das Produkt zweier stark abfallender Funktionen ist stark abfallend.

4) Richtig oder falsch: Jede stark abfallende Funktion hat mindestens eine stark abfallende Stammfunktion.

Aufgabe 1: *(10 Punkte)*
Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme (nur) mit Hilfe der Tabelle von Laplace-Transformationen auf der Rückseite des Übungsblatts:

a) $\ddot{x}(t) + 4\dot{x}(t) + 4x(t) = te^{-3t}, \qquad x(0) = 0, \quad \dot{x}(0) = 0$

b) $\ddot{x}(t) - 9x(t) = \cos 3t, \qquad x(0) = 0, \quad \dot{x}(0) = 0$

c) $\ddot{x}(t) + 9x(t) = \cosh 3t, \qquad x(0) = 0, \quad \dot{x}(0) = 0$

d) $\dot{x}(t) + 5x(t) = \sin 3t, \qquad x(0) = 0$

e) $\ddot{x}(t) + x(t) = \sin t, \qquad x(0) = 0, \quad \dot{x}(0) = 0$

Aufgabe 2: *(4 Punkte)*
Zeigen Sie: Für $f \in \mathcal{S}(\mathbb{R})$ und $c \in \mathbb{R}$ gilt

a) Für $g(t) = f(t)\,e^{ct}$ ist $\widehat{g}(\omega) = \widehat{f}(\omega + ci)$.

b) Für $g(t) = f(t - c)$ ist $\widehat{g}(\omega) = e^{-i\omega c}\widehat{f}(\omega)$.

Aufgabe 3: *(2 Punkte)*
Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$\ddot{y}(t) + 6\dot{y}(t) + 25y(t) = 17\cos t\,!$$

Abgabe bis zum Montag, dem 6. Dezember 2004, um 15.30 Uhr

Einige Laplace-Transformierte

$f(t)$	$\mathcal{L}\{f(t)\}(s)$
$e^{\lambda t}$	$\dfrac{1}{s-\lambda}$
$\sin \omega t$	$\dfrac{\omega}{s^2+\omega^2}$
$\sinh \omega t$	$\dfrac{\omega}{s^2-\omega^2}$
$\cos \omega t$	$\dfrac{s}{s^2+\omega^2}$
$\cosh \omega t$	$\dfrac{s}{s^2-\omega^2}$
$e^{-\lambda t} - \cos \omega t + \dfrac{\lambda}{\omega} \sin \omega t$	$\dfrac{\lambda^2+\omega^2}{(s^2+\omega^2)(s+\lambda)}$
$e^{\lambda t} - 2e^{-\lambda t/2} \sin\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\lambda t + \dfrac{\pi}{6}\right)$	$\dfrac{3\lambda^2}{s^3-\lambda^3}$
$\sinh \omega t - \sin \omega t$	$\dfrac{2\omega^3}{s^4-\omega^4}$
$\cosh \omega t - \cos \omega t$	$\dfrac{2\omega^2 s}{s^4-\omega^4}$
$\sinh \omega t + \sin \omega t$	$\dfrac{2\omega s^2}{s^4-\omega^4}$
$\cosh \omega t + \cos \omega t$	$\dfrac{2s^3}{s^4-\omega^4}$
$\sin \omega t - \omega t \cos \omega t$	$\dfrac{2\omega^3}{(s^2+\omega^2)^2}$
$t \sin \omega t$	$\dfrac{2\omega s}{(s^2+\omega^2)^2}$
$\sin \omega t + \omega t \cos \omega t$	$\dfrac{2\omega s^2}{(s^2+\omega^2)^2}$
$2\cos \omega t - \omega t \sin \omega t$	$\dfrac{2s^3}{(s^2+\omega^2)^2}$