

8. November 2004

4. Übungsblatt Höhere Mathematik II

Fragen: (je ein Punkt)

Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.

- 1) Was ist $\text{Res}_{z=2i} \frac{2z}{z^2 + 4}$?
- 2) *Richtig oder falsch:* $\lim_{R \rightarrow \infty} \int_{-R}^R \frac{2x}{x^2 + 4} dx$ hat den Betrag 2π .
- 3) *Richtig oder falsch:* Differentiation definiert eine lineare Abbildung $P_T(\mathbb{R}) \rightarrow P_T(\mathbb{R})$, wobei $P_T(\mathbb{R})$ den Vektorraum aller trigonometrischer Polynome mit reellen Koeffizienten bezeichnet.
- 4) *Richtig oder falsch:* Jedes nichtkonstante komplexe trigonometrische Polynom hat mindestens eine Nullstelle.
- 5) *Richtig oder falsch:* Falls für ein trigonometrisches Polynom $f \in P_T(\mathbb{R})$ das Integral $\int_{-\infty}^{\infty} f(t) dt = \lim_{\substack{a \rightarrow \infty \\ b \rightarrow \infty}} \int_{-a}^b f(t) dt$ existiert, ist f gleich der Nullfunktion.

Aufgabe 1: (6 Punkte)

Bestimmen Sie die reellen und die komplexen FOURIER-Reihen der folgenden Funktionen:

- a) $f(t) = \cos^2 t$ b) $g(t) = \sin^6 t$ c) $h(t) = 4 + \sin t \cos t$

Aufgabe 2: (4 Punkte)

- a) Skizzieren Sie die Funktion

$$f(t) = \begin{cases} 1 & \text{für } |t| < T/4 \\ 0 & \text{für } T/4 \leq |t| \leq T/2 \end{cases} \quad \text{mit } f(t+T) = f(t) \text{ für alle } t \in \mathbb{R}$$

im Intervall $[-3T, 3T]$!

- b) Ist f gerade oder ungerade?
c) Berechnen Sie die reelle FOURIER-Reihe von f !

Aufgabe 3: (5 Punkte)

Eine Kippschwingung mit Zeitkonstante τ wird beschrieben durch die Funktion

$$f(t) = e^{-t/\tau} \quad \text{für } 0 \leq t < T,$$

die durch $f(t+T) = f(t)$ periodisch auf ganz \mathbb{R} fortgesetzt wird.

- a) Skizzieren Sie $f(t)$ im Intervall $[0, 3T]$
b) Ist f gerade oder ungerade?
c) Berechnen Sie die reelle FOURIER-Reihe von f .

Abgabe bis zum Montag, dem 15. November 2004, um 15.30 Uhr