Wolfgang K. Seiler
Tel. 2515

A5, Zimmer C201

Themenvorschläge für die kleinen Übungen am 29./30. Juni 2004

a) Berechnen Sie den Korrelationskoeffizienten der hundert Datenpaare $(\sin^2 k, \cos^2 k)$ für $k = 1, \ldots, 100$!

b) Schreiben Sie $\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 3 & 5 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ als Produkt von Transpositionen!

c) Schreiben Sie π^{-1} als Produkt von Transpositionen!

d) Ist π gerade oder ungerade?

e) *Richtig oder falsch:* π^{-1} ist genau dann gerade, wenn π gerade ist.

f) A_π sei die Permutationsmatrix zu $\pi \in \mathfrak{S}_n$, d.h. $a_{ij} = 1$, falls $j = \pi(i)$ und null sonst. Was ist $\det A_\pi$?

g) Zeigen Sie: Jede Permutation π der Form $i \to j \to k \to i$, die drei Zahlen zyklisch vertauscht, ist gerade.

h) *Richtig oder falsch:* Für $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w} \in \mathbb{R}^3$ ist $\vec{u} \cdot (\vec{v} \times \vec{w}) = (\vec{u} \times \vec{v}) \cdot \vec{w}$.

i) Bestimmen Sie, ohne zu rechnen, den Betrag der Determinanten

$$\begin{vmatrix} 4 & 1 & 7 & 5 & 3 & 2 & 6 \\ 3 & 0 & 6 & 4 & 2 & 1 & 5 \\ 2 & 0 & 5 & 3 & 1 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & 4 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 3 & 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} !$$

j) Berechnen Sie die Determinanten

$$D_1 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 7 & 10 & 12 \\ 4 & 8 & 12 & 15 \end{vmatrix}, \quad D_2 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 3 \end{vmatrix} \quad \text{und} \quad D_3 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 3 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{vmatrix} !$$

k) Welche Gleichung muß x erfüllen, damit die vier Vektoren

$$\begin{pmatrix} 1 \\ x \\ 1 \\ x \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} x \\ 2 \\ 2 \\ x \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} x \\ 3 \\ x \\ 3 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ x \\ x \end{pmatrix}$$

linear abhängig sind?

l) *Richtig oder falsch:* Falls die ganzzahlige Matrix $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ Determinante ± 1 hat, sind a und d teilerfremd zu b und c.

m) *Richtig oder falsch:* Falls die ganzzahlige Matrix $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ eine ganzzahlige Matrix als Inverse hat, ist ihre Determinante gleich ± 1.