Wolfgang K. Seiler
Tel. 2515

A5, C201

2. Juli 2004

11. Übungsblatt Höhere Mathematik I

Fragen: *(je ein Punkt)*
Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze *Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.*

1) *Richtig oder falsch:* Die Matrix $A \in k^{n\times n}$ habe die Eigenwerte $\lambda_1, \dots, \lambda_n \in k$. Dann hat $2A$ die Eigenwerte $2\lambda_1, \dots, 2\lambda_n$.

2) Die Niveaulinien $N_a(f) = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid f(x,y) = a\}$ der Funktion $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ zu den Funktioneswerten $a \in \mathbb{R}$ seien die Geraden $y = x - a$. Was ist f?

3) Der Graph $\Gamma_f = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid f(x,y) = z\}$ der Funktion $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit Koordinaten x, y in $\mathbb{R}^2$ und z in $\mathbb{R}$ sei die Fläche, die aus der Parabel $z = x^2$ durch Rotation um die z-Achse entsteht. Was ist f?

4) Gibt es Funktionen $f\colon D \to \mathbb{R}$ mit $D \subseteq \mathbb{R}^2$, deren Graph gleich der Oberfläche einer Kugel ist?

5) *Richtig oder falsch:* Die partielle Ableitung f_{xy} von $f \in \mathcal{C}^2(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ verschwindet genau dann überall, wenn es Funktionen $g, h \in \mathcal{C}^2(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ gibt, so daß $f(x,y) = g(x) + h(y)$ ist.

Aufgabe 1: (*5 Punkte*)

a) Berechnen Sie Eigenwerte und Eigenvektoren der Matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -2 & 2 & -3 \\ 4 & -4 & 11 \end{pmatrix}$!

b) Zeigen Sie, daß $\mathbb{R}^3$ eine Basis aus Eigenvektoren von A hat!

c) Wie sieht A bezüglich dieser Basis aus?

Aufgabe 2: (*5 Punkte*)

a) Bestimmen Sie für die Funktion $f\colon \begin{cases} D \to \mathbb{R} \\ (x,y,z) \mapsto x \cdot e^{xy/z} \end{cases}$ den größtmöglichen Definitionsbereich $D \subseteq \mathbb{R}^3$!

b) Berechnen Sie dort die Ableitung von f!

c) Berechnen Sie dort die Hesse-Matrix von f!

Aufgabe 3: (*5 Punkte*)

Berechnen Sie das Taylor-Polynom zweiten Grades für die Funktion

a) $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}; \quad (x,y) \mapsto e^{x^2+y^3}$

b) $g\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}; \quad (x,y) \mapsto \ln(x + \cos^2 y)$

Abgabe bis zum Freitag, dem 9. Juli 2004, um 12.00 Uhr