

25. Juni 2004

10. Übungsblatt Höhere Mathematik I

Fragen: (je ein Punkt)

Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.

- 1) *Richtig oder falsch:* Der Korrelationskoeffizient der zehn Datenpaare $(\frac{i}{10}, \cos \frac{i}{10})$ ist positiv.
- 2) *Richtig oder falsch:* Für drei Vektoren $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w} \in \mathbb{R}^3$ ist $\vec{u} \cdot (\vec{v} \cdot \vec{w}) = (\vec{u} \cdot \vec{v}) \cdot \vec{w}$.
- 3) *Richtig oder falsch:* Für drei Vektoren $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w} \in \mathbb{R}^3$ ist $\vec{u} \times (\vec{v} \times \vec{w}) = (\vec{u} \times \vec{v}) \times \vec{w}$.
- 4) *Richtig oder falsch:* Für $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$ ist $\det A^* = \det A$.
- 5) *Richtig oder falsch:* Für die Matrix $A \in \mathbb{K}^{n \times n}$ sei $A^3 = A$. Dann ist $\det A = 0$ oder $\det A = \pm 1$.
- 6) *Richtig oder falsch:* Für $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ und $\lambda \in \mathbb{R}$ ist $\det(\lambda A) = \lambda \det A$.

Aufgabe 1: (4 Punkte)

- a) Zeigen Sie: Für zwei Vektoren $\vec{u}, \vec{v} \in \mathbb{R}^3$ ist $|\vec{u} \times \vec{v}|^2 = |\vec{u}|^2 \cdot |\vec{v}|^2 - |\vec{u} \cdot \vec{v}|^2$
- b) Zeigen Sie, daß das Polyeder mit den acht Ecken $A = (4, 0, 8)$, $B = (4, 3, 8)$, $C = (5, 0, 7)$, $D = (6, 2, 10)$, $E = (2, 1, 6)$, $F = (3, 1, 5)$, $G = (3, 3, 9)$ und $H = (5, 2, 11)$ ein Parallelepiped ist, und berechnen Sie sein Volumen!

Aufgabe 2: (3 Punkte)

Berechnen Sie die Determinante der vom siebten Übungsblatt her bekannten Matrix

$$A = \begin{pmatrix} a-1 & 2 & 3 & 4 \\ 2-2a & a-6 & -3 & -4 \\ a-1 & 6-2a & a-6 & 0 \\ 0 & (a+1)(a-2) & 9+4a-a^2 & a-8 \end{pmatrix}.$$

Sie können das Ergebnis der dortigen Aufgabe 1 als bekannt voraussetzen.

Aufgabe 3: (7 Punkte)

- a) Berechnen Sie die Determinante der Matrix $A = \begin{pmatrix} 4 & 6 & 8 & 9 \\ 5 & 7 & 9 & 8 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 3 & 6 & 8 & 9 \end{pmatrix}!$

- b) Bestimmen Sie alle $a \in \mathbb{R}$, für die die Vektoren

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 6 \\ 7 \\ 0 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 10 \\ 0 \\ a \\ 0 \\ 10 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 9 \\ 8 \\ 0 \\ 7 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \\ a \\ 0 \end{pmatrix}$$

linear abhängig sind!

Abgabe bis zum Freitag, dem 2. Juli 2004, um 12.00 Uhr