Wolfgang K. Seiler
Tel. 2515

A5, C201

11. Juni 2004

8. Übungsblatt Höhere Mathematik I

Fragen: *(je ein Punkt)*
Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze *Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.*

1) $\vec{v}, \vec{w} \in \mathbb{R}^3$ seien zwei Vektoren der Länge zwei; die Länge von $\vec{v}+\vec{w}$ sei drei. Was ist $\vec{v}\cdot\vec{w}$?

2) $\vec{v}, \vec{w} \in \mathbb{C}^3$ seien zwei Vektoren der Länge zwei; die Länge von $\vec{v}+\vec{w}$ sei drei. Was können Sie über $\vec{v}\cdot\vec{w}$ sagen?

3) Richtig oder falsch: V sei ein Euklidischer Vektorraum und für zwei Vektoren $\vec{u}, \vec{v} \in V$ sei $\vec{u}\cdot\vec{w} = \vec{v}\cdot\vec{w}$ für alle $\vec{w} \in V$. Dann ist $\vec{u} = \vec{v}$.

4) Richtig oder falsch: Die Multiplikation reeller Zahlen macht $\mathbb{R}$ zu einem Euklidischen Vektorraum.

5) Richtig oder falsch: Die Abbildung $(z, w) \mapsto |zw|$ macht $\mathbb{C}$ zu einem Hermiteschen Vektorraum.

6) Richtig oder falsch: $\mathbb{C}$ mit dem Produkt

$$(x+iy)\odot(u+iv) = (xu-4yv)+2i(xv-yu) \quad \text{für} \quad x,y,u,v \in \mathbb{R}$$

ist ein Hermitescher Vektorraum.

Aufgabe 1: *(4 Punkte)*
Bestimmen Sie eine Orthonormalbasis des durch $x+y+z+w=0$ definierten Untervektorraums von $\mathbb{R}^4$ mit seinem Standardskalarprodukt!

Aufgabe 2: *(5 Punkte)*
Der Vektorraum $\mathbb{C}^5$ sei mit seinem üblichen Hermiteschen Produkt versehen. Bestimmen Sie eine Orthonormalbasis des von

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2i \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -2-2i \\ -4i \\ 4+i \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \begin{pmatrix} -4-i \\ 0 \\ 4+2i \\ 4 \\ 4+i \end{pmatrix}$$

aufgespannten Untervektorraums!

Aufgabe 3: *(5 Punkte)*
V sei der $\mathbb{R}$-Vektorraum aller Polynome vom Grad höchstens zwei.

a) Zeigen Sie: Durch $(f,\, g) \underset{\text{def}}{=} \int_0^1 f(x)g(x)\,dx$ wird ein Skalarprodukt auf V definiert.

b) Bestimmen Sie eine Orthonormalbasis von V!

Abgabe bis zum Freitag, dem 18. Juni 2004, um 12.00 Uhr