Wolfgang K. Seiler
Tel. 2515

A5, Zimmer C201

Themenvorschläge zu den kleinen Übungen am 17. Januar 2002

a) Bestimmen Sie die Lösungsmenge des Differentialgleichungssystems

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= -2x(t) - 3x(t) - z(t) \\ \dot{y}(t) &= x(t) + 2y(t) + z(t) \\ \dot{z}(t) &= 2x(t) + 2y(t) + z(t)\,! \end{aligned}$$

b) Bestimmen Sie die spezielle Lösung mit $x(0) = z(0) = 1$ und $y(0) = 0$!

c) Bestimmen Sie die spezielle Lösung mit $x(3) = z(3) = 1$ und $y(3) = 0$!

d) Bestimmen Sie die Lösung $\big(x(t), y(t)\big)$ des Anfangswertproblems

$$\dot{x}(t) = -9x(t) + 12y(t) \quad \text{und} \quad \dot{y}(t) = -3x(t) + 3y(t)$$

mit $x(0) = a$ und $y(0) = b$!

e) Für welche Anfangswerte bleiben die Lösungfunktionen für $t \to \infty$ beschränkt?

f) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$y^{(3)}(t) - \ddot{y}(t) + \dot{y}(t) - y(t) = 0\,!$$

g) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$y^{(4)}(t) + 4y^{(3)}(t) + 6\ddot{y}(t) + 4\dot{y}(t) + y(t) = 0\,!$$

h) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$\ddot{y}(t) + 6\dot{y}(t) + 25y(t) = 0\,!$$

i) Erraten Sie bei den folgenden inhomogenen Differentialgleichungen jeweils eine spezielle Lösung und geben Sie dann die allgemeine Lösung an!

$$\ddot{y}(t) + 6\dot{y}(t) + 25y(t) = 250 \tag{1}$$
$$\ddot{y}(t) + 6\dot{y}(t) + 25y(t) = 25t + 31 \tag{2}$$
$$\ddot{y}(t) + 6\dot{y}(t) + 25y(t) = 10\sin 5t \tag{3}$$
$$\ddot{y}(t) + 6\dot{y}(t) + 25y(t) = 15\cos 5t \tag{4}$$
$$\ddot{y}(t) + 6\dot{y}(t) + 25y(t) = 30(\cos 5t - \sin 5t) \tag{5}$$
$$\ddot{y}(t) + 6\dot{y}(t) + 25y(t) = 17\cos t \tag{6}$$
$$\ddot{y}(t) + 6\dot{y}(t) + 25y(t) = 34\sin t - 51\cos t \tag{7}$$

j) Bestimmen Sie die sämtlichen reellen Lösungen der folgenden Differentialgleichungen:

$$\ddot{y}(t) + 4\dot{y}(t) + 13y(t) = 40\sin 3t \tag{1}$$
$$y^{(3)}(t) + 3\ddot{y}(t) + 3\dot{y}(t) + y(t) = \cos t \tag{2}$$
$$y^{(3)}(t) + \ddot{y}(t) + \dot{y}(t) + y(t) = 80\sin 3t \tag{3}$$
$$y^{(4)}(t) - 16y(t) = 80 - 48t \tag{4}$$
$$y^{(4)}(t) + 8\ddot{y}(t) + 16y(t) = 400 \tag{5}$$