Wolfgang K. Seiler A5, Zimmer C201
Tel. 2515

Themenvorschläge zu den kleinen Übungen am 6. Dezember 2001

a) Berechnen Sie die Faltungsprodukte

$$\big(\delta(t)+\delta(t-\tfrac{\pi}{2})\big)*\sin t \quad \text{und} \quad \big(\delta(t)+\delta(t-\pi)\big)*\sin t\,!$$

b) Beschreiben Sie für

$$f(x,y)=\begin{cases}1 & \text{für } x^2+y^2\le\frac14\\ 0 & \text{sonst}\end{cases}$$

die Faltung

$$g(x,y)=\iint\limits_{\mathbb{R}^2}\sum_{k=-\infty}^{\infty}\sum_{\ell=-\infty}^{\infty}\delta(x-k-u)\delta(y-\ell-v)f(u,v)\,du\,dv\,!$$

In der TEM_{01}-Mode schwingt ein Laserstrahl in erster Näherung wie eine ebene Welle, nur daß die Phase in der rechten Hälfte gegenüber der linken Hälfte um π verschoben ist; die Grenze zwischen den beiden Hälften sei bei $x=0$, und die Kreisfrequenz sei ω_0.

c) Berechnen Sie das Beugungsbild eines solchen Strahls beim Durchgang durch den keilförmigen Spalt aus Aufgabe 1 des aktuellen Übungsblatts!

d) Berechnen Sie sein Beugungsbild für ein zum Nullpunkt symmetrisches Strichgitters mit

$$f(x)=\sum_{k=0}^{2N+1}\delta\left(x-\left(\frac{2N+1}{2}+k\right)d\right)\,!$$

e) Berechnen Sie sein Beugungsbild beim Auftreffen auf den rechteckigen Spalt mit Durchlässigkeitsfunktion

$$f(x,y)=\begin{cases}1 & \text{falls } |x|<a \text{ und } |y|<b\\ 0 & \text{sonst}\end{cases}\,!$$

f) Berechnen Sie die L^2-Normen

$$\left\|\frac{1}{\sqrt{1+t^2}}\right\|_2 \quad \text{und} \quad \left\|e^{-t^2}\right\|_2\,!$$

g) Zeigen Sie, daß die Funktion

$$f(t)=\frac{\sin t}{t}$$

quadratintegrierbar ist!

h) Was ist

$$\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\sin^2 t}{t^2}\,dt\,?$$

i) Zeigen Sie, daß die Frequenzabschätzung aus dem Satz von Nyquist scharf ist!