WOLFGANG K. SEILER A5, ZIMMER C201
Tel. 2515

Themenvorschläge zu den kleinen Übungen am 29. November 2001

a) Gegeben sei ein trigonometrisches Polynom

$$f(t) = \sum_{k=-N}^{N} c_k e^{k \cdot i\omega t}.$$

Was ist die FOURIER-Transformation von f im Distributionensinn? Können Sie diese durch DIRAC-Distributionen ausdrücken?

b) *ditto* für $f(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{N} \cos k\omega t + \sum_{\ell=1}^{N} \sin \ell\omega t$

c) *ditto* für $f(t) = t$

d) Berechnen Sie für $g_a(t) = \begin{cases} \frac{1}{a} & \text{für } |t| \le \frac{a}{2} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$ und eine stark abfallende Funktion $\varphi \in \mathcal{S}(\mathbb{R})$ die Integrale

$$\int_{-\infty}^{\infty} g_a(t)\varphi(t)\,dt \quad \text{und} \quad \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)\varphi(t)\,dt\,!$$

Ist $\lim_{a\to 0} \int_{-\infty}^{\infty} g_a(t)\varphi(t)\,dt = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)\varphi(t)\,dt\,?$

e) Berechnen Sie für $f(t) = \begin{cases} -1 & \text{für } t < 0 \\ 1 & \text{für } t \ge 0 \end{cases}$ und $g_a(t)$ wie oben die Integrale

$$\int_{-\infty}^{\infty} g_a(t)f(t)\,dt \quad \text{und} \quad \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)f(t)\,dt\,!$$

Ist $\lim_{a\to 0} \int_{-\infty}^{\infty} g_a(t)f(t)\,dt = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)f(t)\,dt\,?$

f) Berechnen Sie für

$$f(t) = \begin{cases} 1 & \text{falls } [t] \text{ gerade} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

die Ableitung im Distributionensinn! Läßt sie sich durch DIRAC-Distributionen ausdrükken?

g) *ditto* für $g(t) = \begin{cases} 1 & \text{für } |t| \le \pi \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$

Berechnen Sie für dasselbe g die Faltung $f * g$ mit folgenden Funktionen:

h) $f(t) = \sin t$

i) $f(t) = \sin^2 t$

j) $f(t) = 5t + 7$

k) $f(t) = e^t$