Wolfgang K. Seiler
Tel. 2515

A5, Zimmer C201

Themenvorschläge zu den kleinen Übungen am 15. November 2001

a) Richtig oder falsch: Die Funktion $f(t) = |\sin t|$ ist linear unabhängig von den Funktionen $1, \cos kt, \sin \ell t$ mit $k, \ell \in \mathbb{N}$.

b) Richtig oder falsch: Die Funktionen $1, \cos kt, \sin \ell t$ mit $k, \ell \in \mathbb{N}$ bilden ein vollständiges Orthonormalsystem für $L_{2\pi}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$.

c) Richtig oder falsch: Die Funktion $f(t) = \dfrac{1}{1+t^2}$ ist stark abfallend.

d) Richtig oder falsch: Die Funktion $f(t) = \dfrac{1}{\cosh t}$ ist stark abfallend.

e) Richtig oder falsch: Die Funktion $f(t) = e^{-|t|}$ ist stark abfallend.

f) Richtig oder falsch: Die Funktion $f(t) = te^{-t}$ ist stark abfallend.

g) Richtig oder falsch: Die Summe zweier stark abfallender Funktionen ist wieder stark abfallend.

h) Richtig oder falsch: Ist f stark abfallend, so auch jede Potenz f^n mit $n \in \mathbb{N}$.

i) Welche periodischen Funktionen sind stark abfallend?

j) Richtig oder falsch: Wenn die Fourier-Transformierte von $f \in L^2(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ existiert, ist f stark abfallend.

k) Richtig oder falsch: Ist $f(t)$ eine gerade Funktion, so auch $\widehat{f}(\omega)$.

l) Berechnen Sie die caps Fourier-Transformierte von

$$f(t) = \begin{cases} 1 - |t| & \text{für } |t| \le 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \;!$$

m) Berechnen Sie die Fourier-Transformierte von

$$f(t) = \begin{cases} \sin t & \text{für } |t| < \frac{\pi}{2} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \;!$$

n) Berechnen Sie die Fourier-Transformierte von

$$f(t) = e^{-t^2+it}\,!$$

o) Berechnen Sie die Fourier-Transformierte von

$$f(t) = t^2 e^{-t^2}\,!$$

p) $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ sei eine reellwertige Funktion, deren Fourier-Transformierte $\widehat{f}(\omega)$ existiere. Drücken Sie Real- und Imaginärteil von $\widehat{f}(\omega)$ durch reelle Integrale aus!

q) Welches dieser Integrale verschwindet für gerade *bzw.* ungerade Funktionen f ?