WOLFGANG K. SEILER
Tel. 2515

A5, ZIMMER C201

Themenvorschläge zu den kleinen Übungen am 8. November 2001

Falls Sie noch Probleme mit der Berechnung von FOURIER*-Reihen haben, sind die entsprechenden Beispiele für die letzte Übung wichtiger als die folgenden Themen:*

a) Gibt es eine stückweise stetige periodische Funktion f mit FOURIER-Reihe

$$S_f(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos(2k+1)t}{\sqrt{2k+1}}\ ?$$

b) Die Funktionen $f, g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ seien periodisch mit Periode eins und für $0 \le t < 1$ sei $f(t) = t$ und $g(t) = t^2$. Was ist $f * g$?

c) Die Funktionen $f, g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ seien periodisch mit Periode eins und für $-\frac{1}{2} \le t < \frac{1}{2}$ sei $f(t) = t$ und $g(t) = t^2$. Was ist $f * g$?

d) Zeigen Sie:

$$\left(\sum_{\ell=1}^{\infty} b_\ell \sin \ell\omega t\right) * \left(\sum_{\ell=1}^{\infty} p_\ell \sin \ell\omega t\right) = -\frac{1}{2}\left(\sum_{\ell=1}^{\infty} b_\ell p_\ell \sin \ell\omega t\right)\ !$$

e) Was ist

$$\left(\sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos k\omega t\right) * \left(\sum_{k=1}^{\infty} q_k \cos k\omega t\right)\ ?$$

f) Richtig oder falsch: Für zwei Funktionen $f, g \in L_T(\mathbb{R}, \mathbb{C})$ ist $f * g = g * f$.

g) Richtig oder falsch: Für eine Funktion $f \in L_T(\mathbb{R}, \mathbb{C})$ ist $f * \frac{1}{f} = 1$.

h) Zeigen Sie: Für $f, g, h \in L_T(\mathbb{R}, \mathbb{C})$ ist $(f * g) * h = f * (g * h)$.

i) Richtig oder falsch: Die Funktionenfolge

$$f_n(t) = \frac{1}{t + \frac{1}{n}}$$

ist gleichmäßig konvergent auf dem Intervall $[0, 1]$.

j) ditto auf dem Intervall $[1, 2]$.

k) Richtig oder falsch: Die FOURIER-Reihe von $f(t) = \tan t$ konvergiert für alle $t \in \mathbb{R}$.

l) Richtig oder falsch: Die FOURIER-Reihe von $f(t) = |t|$ für $|t| < \pi$ und $f(\pi) = 0$, periodisch fortgesetzt mit Periode 2π, zeigt bei der Konvergenz das GIBBS-Phänomen.

m) Richtig oder falsch: Die FOURIER-Reihe von $f(t) = |t|$ für $0 \le t < 2\pi$, periodisch fortgesetzt mit Periode 2π, zeigt bei der Konvergenz das GIBBS-Phänomen.

n) f sei periodisch mit Periode 2π, und für $-\pi \le t < t$ sei $f(t) = t$. Wohin konvergiert die FOURIER-Reihe von f für $t = \pi$?

o) Die Kippschwingung $f(t)$ sei periodisch mit Periode 10, und für $0 \le t < 10$ sei $f(t) = e^{-t}$. Wohin konvergiert die FOURIER-Reihe von f für $t = 0$?