WOLFGANG K. SEILER
*Tel.* 2515

A5, ZIMMER C201

## Themenvorschläge zu den kleinen Übungen am 18. Oktober 2001

*a)* Was ist $\dfrac{1+i}{1-i}$ ?

*b)* Folgern Sie aus der EULERschen Formel die Beziehungen

$$\cos t = \frac{e^{it}+e^{-it}}{2} \quad \text{und} \quad \sin t = \frac{e^{it}-e^{-it}}{2i}\ !$$

*c)* Vereinfachen Sie $\sum\limits_{k=-N}^{N} e^{k\cdot i\omega t}$ mit Hilfe der Summenformel für geometrische Reihen und stellen Sie das Ergebnis rein reell dar!

*d)* Schreiben Sie $\sin t \cos^2 t$ als Linearkobination reiner Sinus- und Cosinusschwingungen!

*e)* Schreiben Sie $\sin t \cos 2t$ als Linearkombination reiner Sinus- und Cosinusschwingungen!

*f)* Berechnen Sie $\int\limits_0^3 (1+it)^2\,dt$ !

*g)* Berechnen Sie $\int\limits_0^{10\pi} e^{-t/2}\cos t\,dt$ !

*h)* Bestimmen Sie eine Stammfunktion von $f(t) = \sin^2 t \cos^2 t$ !

*i)* Finden Sie eine Stammfunktion von $g(t) = \dfrac{1}{1+it}$ !

*j)* *Richtig oder falsch:* $\cos it = \cosh t$

*k)* *Richtig oder falsch:* $\sin it = \sinh t$

*l)* *Richtig oder falsch:* $\mathbb{C}$ mit dem Produkt

$$(x+iy)\odot(u+iv) = (xu-4yv)+2i(xv+yu) \quad \text{für} \quad x,y,u,v\in\mathbb{R}$$

ist ein HERMITEscher Vektorraum.

*m)* $\mathbb{C}^2$ sei mit seinem Standard HERMITEschen Produkt ausgestattet. Berechnen Sie

$$\begin{pmatrix}1\\i\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}i\\1\end{pmatrix},\quad \begin{pmatrix}i\\i\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}i\\i\end{pmatrix}\ !$$

*n)* Bestimmen Sie eine Orthonormalbasis des von

$$\begin{pmatrix}2\\3i\\6\end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \begin{pmatrix}2+3i\\4+3i\\6+i\end{pmatrix}$$

aufgespannten Untervektorraums von $\mathbb{C}^3$ mit seinem üblichen HERMITEschen Skalarprodukt!