WOLFGANG K. SEILER | A5, C201
Tel. 2515

21. Januar 2001

13. Übungsblatt Höhere Mathematik II

Fragen: *(je ein Punkt)*
Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze *Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.*

1) *Richtig oder falsch:* Das Anfangswertproblem $\dot{y}(t) = y(t)^2$ mit $y(0) = 0$ hat genau eine Lösung in $[0, 1]$.

2) *Richtig oder falsch:* Das Anfangswertproblem $\dot{y}(t) = y(t)^{2/3}$ mit $y(0) = 0$ hat genau eine reelle Lösung.

3) *Richtig oder falsch:* Das Anfangswertproblem $\dot{y}(t) = \tan y(t)$ mit $y(0) = 0$ hat in $[0, 1]$ nur die Nullösung.

4) Für welche Werte von t_0 ist das Anfangswertproblem $\dot{y}(t) = -t/y$ mit $y(t_0) = y_0$ eindeutig lösbar?

5) Finden Sie alle Lösungen von $\dot{y}(t) = -t/y$!

Aufgabe 1: (*5 Punkte*)

a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung $\cos t \cdot \dot{y}(t) + \sin t \cdot y = 1$!

b) Zeigen Sie, daß die Funktion $y(t) = t - \dfrac{t^3}{1 \cdot 3} + \dfrac{t^5}{1 \cdot 3 \cdot 5} + \dfrac{t^7}{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7} + \cdots$ der Differentialgleichung $\dot{y}(t) - ty(t) = 1$ genügt und geben Sie $y(t)$ in geschlossener Form an! (Integrale, die sich nicht elementar ausdrücken lassen, können unausgewertet stehen bleiben.)

Aufgabe 2: (*4 Punkte*)

a) Formulieren Sie das Anfangswertproblem $\dot{y}(t) = \big(3 - 3y(t)\big) \cdot t^2$ mit $y(0) = 2$ um in eine Fixpunktgleichung und berechnen Sie, ausgehend von $y_0(t) = 2$, mindestens die ersten drei Iterationen zur Bestimmung des Fixpunkts!

b) Erraten Sie auf Grund dieser Näherungslösungen den Fixpunkt und weisen Sie nach, daß Sie richtig geraten haben!

c) Zeigen Sie, daß die erratene Lösung in jedem Intervall $[0, a]$ und damit auf ganz $\mathbb{R}_{\geq 0}$ die einzige Lösung ist!

Aufgabe 3: (*6 Punkte*)
Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme:

a) $\dot{y}(t) = \dfrac{1}{\cos y(t)}$ mit $y(0) = 0$

b) $\dot{y}(t) = \dfrac{t}{\cos y(t)}$ mit $y(0) = \dfrac{\pi}{2}$

c) $\dot{y}(t) = \dfrac{\sin t}{\cos y(t)}$ mit $y(0) = 3\pi$

Abgabe bis zum Montag, dem 28. Januar 2001, um 15.30 Uhr