WOLFGANG K. SEILER
Tel. 2515

A5, C201

26. November 2001

7. Übungsblatt Höhere Mathematik II

Fragen: *(je ein Punkt)*
Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze *Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.*

1) *Richtig oder falsch:* Für ein Polynom $P(t)$ ist $P(t)\dot{\delta}(t) = P(0)\dot{\delta}(t)$.

2) Welche Ableitung im Distributionensinne hat die Funktion $f(t) = [t]$, wobei $[t]$ die größte ganze Zahl $s \le t$ bezeichnet?

3) *ditto* für $f(t) = t - [t]$

4) Die differenzierbare periodische Funktion f habe die FOURIER-Reihe $\sum\limits_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{i\omega_0 k}$. Stellen Sie $\widehat{T}_f$ als Linearkombination geeigneter δ-Funktionen dar!

Aufgabe 1: (*4 Punkte*)

Für $t \in \mathbb{R}$ sei $f(t) = \begin{cases} 0 & \text{für } |t| > 1 \\ t+1 & \text{für } -1 \le t < 0 \\ t-1 & \text{für } 0 \le t \le 1 \end{cases}$.

a) Skizzieren Sie die Funktion f !

b) Berechnen Sie die Ableitung von f im Distributionensinne!

c) Geben Sie diese Ableitung, eventuell unter Verwendung von $\delta(t)$, als „Funktion" an!

Aufgabe 2: (*4 Punkte*)

a) Zeigen Sie: Für $f(t) = \mathrm{Si}(t)$ existiert die Distribution T_f.

b) Bestimmen Sie, unter Verwendung der bekannten FOURIER-Transformation eines Rechteckimpulses, die FOURIER-Transformierte dieser Distribution möglichst explizit!

c) Existiert die FOURIER-Transformierte von $\mathrm{Si}(t)$ als Funktion?

Aufgabe 3: (*4 Punkte*)

a) Berechnen Sie die Faltung des Rechteckimpulses $f(t) = \begin{cases} 1 & \text{für } |t| \le 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$ mit sich selbst!

b) Berechnen Sie die FOURIER-Transformierte von $f(t) = \dfrac{\sin^2 t}{t^2}$!

Aufgabe 4: (*4 Punkte*)

a) Berechnen Sie die FOURIER-Transformierte der Funktion

$$f(t) = (N_\sigma * N_\tau)(t) \quad \text{mit} \quad N_\sigma(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{\frac{-t^2}{2\sigma^2}} \; !$$

b) Zeigen Sie, daß $N_\sigma * N_\tau = N_{\sqrt{\sigma^2+\tau^2}}$ ist!

Abgabe bis zum Montag, dem 3. Dezember 2001, um 15.30 Uhr