WOLFGANG K. SEILER
Tel. 2515

A5, C201

19. November 2001

6. Übungsblatt Höhere Mathematik II

Fragen: *(je ein Punkt)*
Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze *Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.*

1) *Richtig oder falsch:* Für eine reellwertige Funktion f ist $\widehat{f}(-\omega) = \widehat{f}(\omega)$.

2) *Richtig oder falsch:* Falls die FOURIER-Transformierte $\widehat{f}(\omega)$ einer Funktion f existiert, existiert auch die inverse FOURIER-Transformierte $\check{f}$.

3) *Richtig oder falsch:* Falls die FOURIER-Transformierte $\widehat{f}(\omega)$ einer differenzierbaren Funktion f existiert, existiert auch die FOURIER-Transformierte ihrer Ableitung.

4) Die Funktion F sei eine stark abfallende Stammfunktion der Funktion $f \in \mathcal{S}(\mathbb{R})$. Drücken Sie $\widehat{F}(\omega)$ durch $\widehat{f}(\omega)$ aus!

5) *Richtig oder falsch:* Das Produkt zweier Distributionen ist wieder eine Distribution.

Aufgabe 1: *(4 Punkte)*
Die Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ habe eine FOURIER-Transformierte und erfülle die Gleichung

$$\ddot{f}(t) + 2\dot{f}(t) + 4f(t) = e^{\frac{-t^2}{2}} .$$

Berechnen Sie $\widehat{f}(\omega)$!

Aufgabe 2: *(4 Punkte)*
Zeigen Sie: Für $f \in \mathcal{S}(\mathbb{R})$ und $c \in \mathbb{R}$ gilt

a) Für $g(t) = f(t)\,e^{ct}$ ist $\widehat{g}(\omega) = \widehat{f}(\omega + ci)$.

b) Für $g(t) = f(t - c)$ ist $\widehat{g}(\omega) = e^{-i\omega c}\widehat{f}(\omega)$.

Aufgabe 3: *(7 Punkte)*
Berechnen Sie mit Hilfe der bekannten FOURIER-Transformation eines Rechteckimpulses die FOURIER-Transformierten der folgenden Funktionen:

a) $f(t) = \dfrac{\sin t}{t}$ *b)* $\dfrac{\sin 10t}{t}$ *c)* $f(t) = \begin{cases} t & \text{falls } |t| \le 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$ *d)* $f_a(t) = \begin{cases} \frac{1}{a} & \text{falls } |t| \le a \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$

e) Wie verhält sich $\widehat{f}_a$ für $a \to 0$?

Abgabe bis zum Montag, dem 26. November 2001, um 15.30 Uhr