WOLFGANG K. SEILER
Tel. 2515

A5, C201

5. November 2001

4. Übungsblatt Höhere Mathematik II

Fragen: *(je ein Punkt)*
Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze *Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.*

1) Die konstante Funktion $f(t) \equiv 1$ ist periodisch mit jeder Periode T. Was ist $1 * 1$ in Abhängigkeit von T ?

2) *Richtig oder falsch:* Für jede Funktion $f \in L_T(\mathbb{R}, \mathbb{C})$ ist $1 * f = f$.

3) *Richtig oder falsch:* Für $f, g \in L_T(\mathbb{R}, \mathbb{C})$ liegt auch $f * g$ in $L_T(\mathbb{R}, \mathbb{C})$.

4) *Richtig oder falsch:* f sei periodisch mit Periode 2π und für $-\pi \le t < \pi$ sei $f(t) = \sinh t$. Dann konvergiert dieFOURIER-Reihe von f für alle $t \in \mathbb{R}$.

5) *Richtig oder falsch:* Wenn eine FOURIER-Reihe von f an mindestens einer Stelle das GIBBS-Phänomen zeigt, konvergiert sie nicht für alle t gegen $f(t)$.

6) Wohin konvergiert die FOURIER-Reihe der Funktion $f(t) = e^{t-[t]}$ an der Stelle $t = 0$, wenn $[t]$ die größte ganze Zahl kleiner oder gleich t bezeichnet?

Aufgabe 1: **(***7 Punkte***)**
Die Funktion f sei periodisch mit Periode 2π, und für $|t| \le \pi$ sei $f(t) = (t - \pi)^2$.

a) Berechnen Sie die FOURIER-Reihe von f !

b) Für welche $t \in \mathbb{R}$ konvergiert die FOURIER-Reihe von f gegen $f(t)$?

c) Wohin konvergiert sie für die übrigen $t \in \mathbb{R}$?

d) Wo tritt bei der Konvergenz das GIBBS-Phänomen auf?

e) Berechnen Sie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$!

Aufgabe 2: **(***7 Punkte***)**

a) Berechnen Sie die FOURIER-Reihe der Rechteckschwingung $f(t) = h$ für $|t| < T/2$, periodisch fortgesetzt mit Periode 2π ! $(0 < T < \pi)$

b) Für die Funktion g_a sei $g_a(t) = 1/a$ für $|t| < a$ und $g_a(t) = 0$ für alle anderen Punkte im Intervall $[-\pi, \pi]$ für ein festes $a < \pi$; g_a werde periodisch fortgesetzt mit Periode 2π auf ganz $\mathbb{R}$. Berechnen Sie die FOURIER-Reihe von g_a !

c) Wohin konvergiert diese FOURIER-Reihe?

d) An welchen Stellen tritt das GIBBS-Phänomen auf?

e) Wie verhalten sich die FOURIER-Koeffizienten für $a \to 0$?

Abgabe bis zum Montag, dem 12. November 2001, um 15.30 Uhr