

18. Mai 2018

11. Übungsblatt Zahlentheorie

Aufgabe 1: (5 Punkte)

- a) Dividieren Sie in $\mathbb{Z}[i] = \mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}i$ die Zahl $3 + 4i$ mit Rest durch $1 + 2i$!
- b) Was ist der ggT von $3 + 4i$ und $1 + 2i$?
- c) Berechnen Sie in den ggT von $17 + 4i$ und $5 - 10i$!

Aufgabe 2: (8 Punkte)

Schreiben Sie die folgenden Elemente von $\mathbb{Z}[i]$ als Produkte von Potenzen verschiedener irreduzibler Elemente (und nötigenfalls einer Einheit von $\mathbb{Z}[i]$):

- a) 30 b) 35 c) $25 + 50i$ d) $1024 + 1024i$

Aufgabe 3: (3 Punkte)

Finden Sie alle Darstellungen der Zahl 30 als Summe zweier Quadrate!

Aufgabe 4: (4 Punkte)

p sei eine Primzahl. Zeigen Sie: Genau dann gibt es ein rechtwinkliges Dreieck mit Hypotenuse p und Katheten $a, b \in \mathbb{N}$, wenn $p \equiv 1 \pmod{5}$ ist!

Abgabe bis zum Donnerstag, dem 24. Mai 2018, um 10.10 Uhr