

16. März 2018

5. Übungsblatt Zahlentheorie

Aufgabe 1: (6 Punkte)

- a) Runden Sie $\sum_{n=1}^{2\,000\,000} \frac{1}{n}$ zur nächsten ganzen Zahl!
- b) Finden Sie ein möglichst kleines N , so daß $\sum_{n=1}^N \frac{1}{n} \geq 100$ ist!
- c) Zeigen Sie, daß $\zeta(2) < 2$ ist!

Aufgabe 2: (5 Punkte)

Die Funktion $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ sei multiplikativ, d.h. für zwei natürliche Zahlen n, m sei stets $f(nm) = f(n) \cdot f(m)$. Zeigen Sie: Für alle $s \in \mathbb{R}$, für die beide Seiten konvergieren, ist

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{f(n)}{n^s} = \prod_{p \text{ prim}} \frac{1}{1 - \frac{f(p)}{p^s}} !$$

Aufgabe 3: (4 Punkte)

- a) Mit welchen Exponenten treten die Zwei und die Drei in der Primfaktorzerlegung von $100!$ auf?
- b) Bestimmen Sie die größte natürliche Zahl n , für die 12^n ein Teiler von $100!$ ist!

Aufgabe 4: (5 Punkte)

- a) Bestimmen Sie die Primzerlegung von $\binom{40}{20} !$
- b) Vergleichen Sie mit $\prod_{p \text{ prim}} p^{k_p}$, wobei p^{k_p} die größte p -Potenz kleiner oder gleich vierzig ist!

Abgabe bis zum Donnerstag, dem 22. März 2018, um 10.10 Uhr