

11. März 2014

5. Übungsblatt Zahlentheorie

Aufgabe 1: (6 Punkte)

- a) Runden Sie $\sum_{n=1}^{2\,000\,000} \frac{1}{n}$ zur nächsten ganzen Zahl!
- b) Finden Sie ein möglichst kleines N , so daß $\sum_{n=1}^N \frac{1}{n} \geq 100$ ist!
- c) Zeigen Sie, daß $\zeta(2) < 2$ ist!

Aufgabe 2: (5 Punkte)

Die Funktion $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ sei multiplikativ, d.h. für zwei natürliche Zahlen n, m sei stets $f(nm) = f(n) \cdot f(m)$. Zeigen Sie: Für alle $s \in \mathbb{R}$, für die beide Seiten konvergieren, ist

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{f(n)}{n^s} = \prod_{p \text{ prim}} \frac{1}{1 - \frac{f(p)}{p^s}} !$$

Aufgabe 3: (4 Punkte)

- a) Mit welchen Exponenten treten die Zwei und die Drei in der Primfaktorzerlegung von $100!$ auf?
- b) Bestimmen Sie die größte natürliche Zahl n , für die 12^n ein Teiler von $100!$ ist!

Aufgabe 4: (5 Punkte)

Finden Sie mit dem Sieb des ERATOSTHENES ohne Computerhilfe alle Primzahlen p mit $1320 \leq p \leq 1360$!

Abgabe bis zum Dienstag, dem 18. März 2014, um 11.55 Uhr