

11. Februar 2014

## 1. Übungsblatt Zahlentheorie

### Aufgabe 1: (2 Punkte)

Zeigen Sie: Für jede natürliche Zahl  $n \geq 2$  ist  $\sqrt[n]{2}$  irrational!

### Aufgabe 2: (4 Punkte)

- a) Zeigen Sie ohne Verwendung des Satzes von der eindeutigen Primzerlegung, daß das Quadrat einer natürlichen Zahl  $a$  genau dann durch drei teilbar ist, wenn dies für  $a$  selbst der Fall ist!
- b) Folgern Sie, daß  $\sqrt{3}$  irrational ist!

### Aufgabe 3: (4 Punkte)

- a) Zeigen Sie, daß für jede natürliche Zahl  $n$  gilt:  $\sum_{i=n+1}^{\infty} \frac{n!}{i!} < \frac{1}{n}$  !

*Hinweis:* Kürzen Sie die Summanden, und schätzen Sie die Summe ab durch eine geometrische Reihe!

- b) Schreiben Sie  $\sum_{i=0}^n \frac{1}{i!} = \frac{a_n}{n!}$  als Bruch mit Nenner  $n!$ , und zeigen Sie mit Hilfe von a), daß für alle  $n \in \mathbb{N}$  gilt

$$\frac{a_n}{n!} < e < \frac{a_n + 1}{n!}$$

- c) Folgern Sie, daß  $e = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{i!}$  eine irrationale Zahl ist!

### Aufgabe 4: (6 Punkte)

Berechnen Sie die größten gemeinsamen Teiler der folgenden Zahlen und stellen Sie diese als ganzzahlige Linearkombinationen der Ausgangszahlen dar:

- a) 17 und 81    b) 15 und 1005    c) 1234 und 4321

### Aufgabe 5: (4 Punkte)

In einem Studentenwohnheim leben 90 Studenten; sie kommen aus Deutschland, Italien und der Schweiz. Jeder verhält sich bezüglich seines Bierkonsums genau wie der Durchschnitt seiner Landsleute, deren Verbrauch laut [www.nationmaster.com](http://www.nationmaster.com) im Jahr 2002 jeweils 119 l (D), 57 l (CH) und 29 l (I) waren. Im Wohnheim wurden 9308 l getrunken. Wie viele Angehörige der einzelnen Nationen wohnten dort?

Abgabe bis zum Dienstag, dem 18. Februar 2014, um 11.55 Uhr