

4. Oktober 2024

5. Übungsblatt Topologie und Gleichgewichte

Aufgabe 1:

- Der simpliziale Komplex K bestehe aus den Ecken $A = (1, 0)$, $B = (0, 1)$, $C = (-1, 0)$ und $D = (0, -1)$, den Kanten \overline{AB} , \overline{AC} , \overline{AD} , \overline{CD} und \overline{BC} , sowie den Dreiecken $\triangle ABC$ und $\triangle ADC$. Bestimmen Sie die erste baryzentrische Unterteilung von K !
- Wie viele Ecken hat die zweite baryzentrische Unterteilung von K ?
- Bestimmen Sie die Homologiegruppen $H_q(K^{(2)})$!

Aufgabe 2:

Die Kettenabbildungen $\varphi, \varphi': \mathcal{C} \rightarrow \mathcal{D}$ und $\psi, \psi': \mathcal{D} \rightarrow \mathcal{E}$ zwischen den Kettenkomplexen \mathcal{C}, \mathcal{D} und \mathcal{E} seien homotop. Zeigen Sie, daß dann auch die Hintereinanderausführungen $\psi \circ \varphi$ und $\psi' \circ \varphi'$ homotope Kettenabbildungen zwischen \mathcal{C} und \mathcal{E} sind!

Aufgabe 3:

Der abstrakte simpliziale Komplex \mathfrak{K} bestehe aus allen nichtleeren Teilmengen der Menge $\{A, B, C, D\}$, der Unterkomplex \mathfrak{L} aus allen diesen Mengen außer $\{A, B, C, D\}$ selbst.

- Finden Sie geometrische Realisierungen von \mathfrak{K} und \mathfrak{L} !
- Berechnen Sie dort den Stern und den Link von A !
- Berechnen Sie die Homologiegruppen der beiden Komplexe!

Aufgabe 4:

Der simpliziale Komplex K bestehe aus drei Punkten A, B, C , den Kanten \overline{AB} , \overline{BC} und \overline{CA} sowie dem Dreieck $\triangle ABC$. Finden Sie eine SPERNER-Abbildung von der ersten baryzentrischen Unterteilung K' nach K , und bestimmen Sie für jedes Simplex s aus K' dessen Bild in K !