



Im Frühjahrssemester 2022 werde ich lesen

Topologie und Gleichgewichte

Ort und Zeit: Dienstag und Mittwoch 13⁴⁵ – 15¹⁵

Übungen: Dienstag 15³⁰ – 17⁰⁰

Die Vorlesung finden zumindest bis Ostern virtuell via ZOOM statt; Zugang über Portal²

Die Topologie beschäftigt sich mit den Eigenschaften geometrischer Körper, die unter stetigen Deformationen invariant bleiben; sie unterscheidet also beispielsweise nicht zwischen einem Würfel, einem Prisma oder einer Kugel und verzichtet insbesondere auf Metriken. Trotzdem lassen sich offene und abgeschlossene Mengen, stetige Abbildungen, Zusammenhang, Kompaktheit und ähnliche Begriffe definieren und untersuchen. Die Topologie ist neben der Algebra eine der beiden wichtigsten Grundlagen der Analysis und sie hat auch Anwendungen unter anderem in der Ökonomie und in der Datenanalyse.

Der erste Teil der Vorlesung wird sich mit den Grundbegriffen der Topologie beschäftigen. Im zweiten Teil geht es darum, topologische Eigenschaften in lineare Algebra zu übersetzen und dadurch einer rechnerischen Behandlung zugänglich zu machen. Insbesondere lassen sich damit Sätze über Fixpunkte stetiger Abbildungen beweisen, aus denen beispielsweise der Fundamentalsatz der Algebra folgt, wonach jedes nichtkonstante Polynom mit komplexen Koeffizienten mindestens eine Nullstelle hat oder auch die Tatsache, daß man auf \mathbb{R}^3 keine Multiplikationsabbildung mit den „üblichen“ Eigenschaften definieren kann.

Hauptanwendung und Gegenstand des dritten Teils sind Gleichgewichte, wie das NASH-Gleichgewicht aus der Spieltheorie sowie das WALRASSche Gleichgewicht; auch VON NEUMANNs Minimalthorem läßt sich mit diesen Methoden beweisen.

Hörerkreis: Die Vorlesung ist den beiden mathematischen Masterstudiengängen zugeordnet, kann aber auch von Bachelor- und Lehramtsstudenten der Mathematik (einschließlich Wirtschaftspädagogen) gehört werden.

Literaturauswahl: Parallel zur Vorlesung soll ein Skriptum erscheinen; ansonsten sind Teile der folgenden Bücher nützlich für Teile der Vorlesung:

KLAUS JÄNICH: Topologie, Springer, ⁸2008 (Hauptreferenz für Teil I)

JOERG MAYER: Algebraic Topology, Prentice-Hall, ²1972 (Hauptreferenz für Teil II)

KENNETH J. ARROW, GERARD DEBREU: Existence of an equilibrium for a competitive economy *Journal of the Econometric Society*, 1954 (Hauptreferenz für Teil III, auch im Netz verfügbar)

CLAUDE BERGE: Topological Spaces – Including a Treatment of Multi-Valued Functions, Vector Spaces and Convexity, Dover, 1997

KIM C. BORDER: Fixed point theorems with applications to economics and game theory, Cambridge, 1999

RALPH STÖCKER, HEINER ZIESCHANG: Algebraische Topologie, Teubner, ²1994

KEN URAI: Fixed points and economic equilibria, World Scientific, 2010