

10. Mai 2019

## 9. Übungsblatt Topologie und Gleichgewichte

### Aufgabe 1: (5 Punkte)

- a) Angenommen, Sie wissen daß Ihr Gegner beim Spiel *Stein-Schere-Papier* mit Wahrscheinlichkeit  $p_1$  den Stein, mit Wahrscheinlichkeit  $p_2$  die Schere und mit Wahrscheinlichkeit  $p_3$  das Papier wählt. Mit welcher Strategie können Sie den Erwartungswert Ihres Gewinns maximieren?
- b) Umgekehrt sei dem Gegner Ihre Strategie bekannt. Wie müssen Sie diese wählen, damit der Erwartungswert Ihres Gewinns trotzdem möglichst groß wird?

### Aufgabe 2: (5 Punkte)

Zwei Spieler wählen unabhängig voneinander eine der Alternativen *Kopf* oder *Zahl*. Wenn beide dieselbe Wahl treffen, gewinnt der erste Spieler, andernfalls der zweite.

- a) Geben Sie geeignete Auszahlungsfunktionen für die beiden Spieler in Abhängigkeit von den möglichen Strategien an!
- b) Zeigen Sie: Es gibt kein NASH-Gleichgewicht in reinen Strategien!
- c) Bestimmen Sie alle NASH-Gleichgewichte in gemischten Strategien!
- d) Untersuchen Sie diese auf PARETO-Effizienz!

### Aufgabe 3: (3 Punkte)

Zeigen Sie, daß in einem Zwei-Personen-Nullsummenspiel jede Kombination von (auch gemischten) Strategien der beiden Spieler PARETO-effizient ist!

### Aufgabe 4: (3 Punkte)

Bei BERTRAND RUSSELLS Spiel *Chicken* fahren zwei Autos mit hoher Geschwindigkeit auf dem Mittelstreifen einer langen geraden Straße aufeinander zu. Der Fahrer, der als erster ausweicht (d.h. den Mittelstreifen verläßt) hat verloren. Bremsen ist nicht möglich, und ungebremst rasen die beiden Wagen nach zehn Sekunden ineinander.

- a) Finden Sie geeignete Auszahlungsfunktionen zur Modellierung der Entscheidung! Handelt es sich bei *Chicken* um ein Nullsummenspiel?
- b) Gibt es ein NASH-Gleichgewicht in reinen Strategien?

### Aufgabe 5: (4 Punkte)

$S$  sei der Raum aller  $n$ -Tupel aus gemischten Strategien eines Spiels für  $n$  Personen, denen jeweils eine endliche Anzahl reiner Strategien zur Verfügung stehen;  $S_N$  sei die Teilmenge von  $S$ , die aus allen NASH-Gleichgewichten besteht,  $S_P$  die aller PARETO-effizienter Tupel. Untersuchen Sie diese beiden Mengen auf Linearität, Konvexität, Konkavität und Kompaktheit!

Abgabe bis zum Donnerstag, dem 16. Mai 2019, um 15.25 Uhr