

19. März 2019

4. Übungsblatt Topologie und Gleichgewichte

Aufgabe 1: (5 Punkte)

- a) Finden Sie eine echte Untergruppe H von \mathbb{Z}^2 , die selbst den Rang zwei hat!
- b) Zeigen Sie, daß für jede solche Untergruppe H die Faktorgruppe \mathbb{Z}^2/H endlich ist!
- c) $H \leq \mathbb{Z}^2$ sei eine Untergruppe von \mathbb{Z}^2 , für die \mathbb{Z}^2/H endlich ist. Zeigen Sie, daß dann der Rang von H gleich zwei sein muß!

Aufgabe 2: (5 Punkte)

Finden Sie ein Beispiel für drei simpliziale Abbildungen $\varphi, \psi, \chi: K \rightarrow L$ zwischen zwei simplizialen Komplexen derart, daß zwar φ und ψ sowie ψ und χ benachbart sind, nicht aber φ und χ !

Aufgabe 3: (5 Punkte)

K sei der simpliziale Komplex, der aus den Ecken und Kanten eines Dreiecks besteht.

- a) Wie viele simpliziale Abbildungen $K \rightarrow K$ gibt es?
- b) Zwei simpliziale Abbildungen φ, ψ zwischen zwei simplizialen Komplexen gehören zur gleichen Nachbarschaftsklasse, wenn es eine Folge $\varphi = \varphi_0, \varphi_1, \dots, \varphi_r = \psi$ von simplizialen Abbildungen gibt derart, daß φ_i für jedes $i < r - 1$ zu φ_{i+1} benachbart ist. Finden Sie die Nachbarschaftsklassen unter den simplizialen Abbildungen aus a)!

Aufgabe 4: (5 Punkte)

Die Kettenabbildungen $\varphi, \varphi': \mathcal{C} \rightarrow \mathcal{D}$ und $\psi, \psi': \mathcal{D} \rightarrow \mathcal{E}$ zwischen den Kettenkomplexen \mathcal{C}, \mathcal{D} und \mathcal{E} seien homotop. Zeigen Sie, daß dann auch die Hintereinanderausführungen $\psi \circ \varphi$ und $\psi' \circ \varphi'$ homotope Kettenabbildungen zwischen \mathcal{C} und \mathcal{E} sind!

Abgabe bis zum Donnerstag, dem 21. März 2019, um 15.25 Uhr