

15. November 2016

9. Übungsblatt Topologie und Gleichgewichte

Aufgabe 1: (6 Punkte)

a) Zeigen Sie: Der Graph

$$\Gamma_f = \{(x, y) \in X \times Y \mid y = f(x)\}$$

einer Abbildung $f: X \rightarrow Y$ zwischen zwei topologischen Räumen ist genau dann abgeschlossen, wenn gilt: Ist $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ eine konvergente Folge in X mit Grenzwert x und konvergiert die Folge der $f(x_n)$ in Y gegen y , so ist $y = f(x)$.

b) Ist jede Funktion mit abgeschlossenem Graphen stetig?

Aufgabe 2: (8 Punkte)

a) Eine Korrespondenz $f: X \rightrightarrows Y$ heißt abgeschlossen, wenn ihr Graph abgeschlossen ist. Zeigen Sie, daß die Korrespondenz

$$f: \begin{cases} \mathbb{R} \rightrightarrows \mathbb{R} \\ x \mapsto \begin{cases} \{1/x\} & \text{falls } x \neq 0 \\ \{0\} & \text{falls } x = 0 \end{cases} \end{cases}$$

abgeschlossen ist, aber weder halbstetig nach oben noch halbstetig nach unten.

b) Ist Y kompakt, so ist $f: X \rightrightarrows Y$ genau dann abgeschlossen, wenn f halbstetig nach oben ist.

c) Falls der Graph von f offen ist, ist f halbstetig nach unten.

d) Ist $f: X \rightrightarrows Y$ halbstetig nach oben und ist $f(x)$ kompakt für alle $x \in X$, ist auch $f(Z)$ kompakt für jede kompakte Teilmenge $Z \subseteq X$.

Aufgabe 3: (6 Punkte)

a) Angenommen, Sie wissen daß Ihr Gegner beim Spiel *Stein-Schere-Papier* mit Wahrscheinlichkeit p_1 den Stein, mit Wahrscheinlichkeit p_2 die Schere und mit Wahrscheinlichkeit p_3 das Papier wählt. Mit welcher Strategie können Sie den Erwartungswert Ihres Gewinns maximieren?

b) Umgekehrt sei dem Gegner Ihre Strategie bekannt. Wie müssen Sie diese wählen, damit der Erwartungswert Ihres Gewinns trotzdem möglichst groß wird?

Abgabe bis zum Donnerstag, dem 17. November 2016, um 15.25 Uhr