

7. Oktober 2016

5. Übungsblatt Topologie und Gleichgewichte

Aufgabe 1: (3 Punkte)

Ein simplizialer Komplex K heißt zusammenhängend, wenn je zwei Ecken von K durch einen Kantenzug verbunden werden können. Zeigen Sie: K ist genau dann zusammenhängend, wenn der topologische Raum $|K|$ zusammenhängend ist.

Aufgabe 2: (5 Punkte)

Der KRONECKER-Index einer 0-Kette $\sum_{i=1}^r \alpha_i e_i$ eines simplizialen Komplexes K mit Ecken e_i ist $\sum_{i=1}^r \alpha_i$. Zeigen Sie:

- Ist K zusammenhängend, so ist eine 0-Kette genau dann ein Rand, wenn ihr KRONECKER-Index verschwindet.
- Zwei 0-Zykeln eines zusammenhängenden simplizialen Komplexes liegen genau dann in derselben Homologiekategorie, wenn sie denselben KRONECKER-Index haben.
- Für einen zusammenhängenden simplizialen Komplex K ist $H_0(K) \cong \mathbb{Z}$.

Aufgabe 3: (2 Punkte)

Finden Sie ein Beispiel für drei simpliziale Abbildungen $\varphi, \psi, \chi: K \rightarrow L$ zwischen zwei simplizialen Komplexen derart, daß zwar φ und ψ sowie ψ und χ benachbart sind, nicht aber φ und χ !

Aufgabe 4: (5 Punkte)

Die Kettenabbildungen $\varphi, \varphi': \mathcal{C} \rightarrow \mathcal{D}$ und $\psi, \psi': \mathcal{D} \rightarrow \mathcal{E}$ zwischen den Kettenkomplexen \mathcal{C}, \mathcal{D} und \mathcal{E} seien homotop. Zeigen Sie, daß dann auch die Hintereinanderausführungen $\psi \circ \varphi$ und $\psi' \circ \varphi'$ homotope Kettenabbildungen zwischen \mathcal{C} und \mathcal{E} sind!

Aufgabe 5: (5 Punkte)

Der simpliziale Komplex K bestehe aus einem Quadrat, das durch seine beiden Diagonalen in vier Dreiecke zerlegt wurde; der Schnittpunkt der beiden Diagonalen sei der Punkt M . Bestimmen den Stern und den Link von M in der ersten baryzentrischen Unterteilung von K !

Abgabe bis zum Donnerstag, dem 13. Oktober 2016, um 15.25 Uhr