

16. Mai 2014

12. Übungsblatt Topologie und Gleichgewichte

Aufgabe 1: (5 Punkte)

- a) Finden Sie eine Triangulierung des topologischen Raums

$$X = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 10, (x-2)^2 + y^2 > 1 \text{ und } (x+2)^2 + y^2 > 1\}!$$

- b) Ist X kompakt?
c) Ist X zusammenhängend?

Aufgabe 2: (6 Punkte)

Entscheiden Sie über Kompaktheit und Zusammenhang des \mathbb{R}^n für die folgenden Topologien

- a) die „übliche“ Topologie
b) die diskrete Topologie
c) die triviale Topologie
d) die Topologie, deren abgeschlossene Mengen genau die endlichen Teilmengen sowie \mathbb{R}^n selbst sind!

Aufgabe 3: (5 Punkte)

n sei ungerade und S sei die Kugel mit Radius eins um den Nullpunkt in $\mathbb{R}^n \setminus \{0\}$. Zeigen Sie, daß es zu jeder stetigen Funktion $f: S \rightarrow \mathbb{R}^n$ mindestens einen Punkt $x \in S$ gibt, für den $f(x)$ ein skalares Vielfaches von x ist!

Aufgabe 4: (4 Punkte)

- a) Die Korrespondenz $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ sei definiert durch $f(x) = \{y \in \mathbb{R}^n \mid \|y - x\| < 1\}$ bezüglich irgendeiner Norm auf \mathbb{R}^n . Ist f halbstetig nach oben bzw. unten?
b) Ändert sich irgendetwas, wenn man in der Definition von $f(x)$ das Zeichen $<$ durch \leq ersetzt?

Abgabe bis zum Freitag, dem 23. Mai 2014, um 11.55 Uhr