Wolfgang K. Seiler
Tel. 2515

A5, C201

9. Mail 2014

11. Übungsblatt Topologie und Gleichgewichte

Aufgabe 1: *(6 Punkte)*

Untersuchen Sie, ob die jeweils angegebenen topologischen Räume homöomorph sind, und beweisen Sie Ihre Aussage:

a) Der Rand eines n-Simplex und der eines m-Simplex für $n \neq m$
b) $\mathbb{R}^n$ und $\{(x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n \mid \forall i : 0 < x_i < 1\}$
c) Der Rand eines Würfels mit Ausnahme einer Ecke und $\mathbb{R}^2$
d) Ein Torus und ein Möbius-Band
e) $\mathbb{R}^2$ ohne Nullpunkt und die Oberfläche einer Kugel
f) Das Produkt zweier offener n-Simplizes und das offene $2n$-Simplex

Aufgabe 2: *(6 Punkte)*

Y und Z seien Teilmengen eines topologischen Raums X. Für welche der folgenden Eigenschaften hat mit X und Y auch $X \cap Y$ die entsprechende Eigenschaft? Für welche gilt das für $X \cup Y$?

a) kompakt
b) zusammenhängend
c) 1-abzählbar
d) zusammenziehbar

Aufgabe 3: *(3 Punkte)*

Das dreidimensionale Polyeder P sei homotop zu einer Kreislinie. Bestimmen Sie die alternierende Summe seiner Ecken, Kanten und Flächen!

Aufgabe 4: *(5 Punkte)*

Beweisen oder widerlegen Sie:

a) Jede stetige Abbildung $f\colon T \to T$ eines Torus auf sich selbst hat einen Fixpunkt.
b) Der Torus ist homöomorph zum Produkt zweier Kreislinien.
c) Der Torus ist homotop zum Produkt zweier Kreislinien.
d) Der Torus ist homotop zu einer Kugeloberfläche.
e) Jede abgeschlossene echte Teilmenge eines Torus ist zusammenziehbar.

Abgabe bis zum Freitag, dem 16. Mai 2014, um 11.55 Uhr