Wolfgang K. Seiler | A5, C201
Tel. 2515

2. Dezember 2011

13. Übungsblatt Topologie und Gleichgewichte

Aufgabe 1: *(5 Punkte)*

a) Finden Sie eine Triangulierung des topologischen Raums

$$X = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 10,\ (x-2)^2 + y^2 > 1 \text{ und } (x+2)^2 + y^2 > 1\}\,!$$

b) Ist X kompakt?

c) Ist X zusammenhängend?

Aufgabe 2: *(6 Punkte)*

Entscheiden Sie über Kompaktheit und Zusammenhang des $\mathbb{R}^n$ für die folgenden Topologien

a) die „übliche“ Topologie

b) die diskrete Topologie

c) die triviale Topologie

d) die Topologie, deren abgeschlossene Mengen genau die endlichen Teilmengen sowie $\mathbb{R}^n$ selbst sind!

Aufgabe 3: *(5 Punkte)*

n sei ungerade und S sei die Kugel mit Radius eins um den Nullpunkt in $\mathbb{R}^n \setminus \{0\}$. Zeigen Sie, daß es zu jeder stetigen Funktion $f: S \to \mathbb{R}^n$ mindestens einen Punkt $x \in S$ gibt, für den $f(x)$ ein skalares Vielfaches von x ist!

Aufgabe 4: *(4 Punkte)*

a) Die Korrespondenz $f: \mathbb{R}^n \to\!\!\to \mathbb{R}^n$ sei definiert durch $f(x) = \{y \in \mathbb{R}^n \mid \|y - x\| < 1\}$ bezüglich irgendeiner Norm auf $\mathbb{R}^n$. Ist f halbstetig nach oben *bzw.* unten?

b) Ändert sich irgendetwas, wenn man in der Definition von $f(x)$ das Zeichen $<$ durch $\leq$ ersetzt?

Abgabe bis zum Freitag, dem 9. Dezember 2011, um 12.00 Uhr