

11. November 2011

10. Übungsblatt Topologie und Gleichgewichte

Aufgabe 1: (6 Punkte)

Zeigen Sie: Eine Abbildung $f: X \rightarrow Y$ zwischen zwei topologischen Räumen ist genau dann folgenstetig, wenn ihr Graph $\Gamma_f = \{(x, y) \in X \times Y \mid y = f(x)\}$ abgeschlossen ist!

Aufgabe 2: (6 Punkte)

- a) Angenommen, Sie wissen daß Ihr Gegner beim Spiel *Stein-Schere-Papier* mit Wahrscheinlichkeit p_1 den Stein, mit Wahrscheinlichkeit p_2 die Schere und mit Wahrscheinlichkeit p_3 das Papier wählt. Mit welcher Strategie können Sie den Erwartungswert Ihres Gewinns maximieren?
- b) Umgekehrt sei dem Gegner Ihre Strategie bekannt. Wie müssen Sie diese wählen, damit der Erwartungswert Ihres Gewinns trotzdem möglichst groß wird?

Aufgabe 3: (8 Punkte)

- a) Eine Korrespondenz $f: X \rightrightarrows Y$ heißt abgeschlossen, wenn ihr Graph abgeschlossen ist. Zeigen Sie, daß die Korrespondenz

$$f: \begin{cases} \mathbb{R} \rightrightarrows \mathbb{R} \\ x \mapsto \begin{cases} \{1/x\} & \text{falls } x \neq 0 \\ \{0\} & \text{falls } x = 0 \end{cases} \end{cases}$$

abgeschlossen ist, aber weder halbstetig nach oben noch halbstetig nach unten.

- b) Ist Y kompakt, so ist $f: X \rightrightarrows Y$ genau dann abgeschlossen, wenn f halbstetig nach oben ist.
- c) Falls der Graph von f offen ist, ist f halbstetig nach unten.
- d) Ist $f: X \rightrightarrows Y$ halbstetig nach oben und ist $f(x)$ kompakt für alle $x \in X$, ist auch $f(Z)$ kompakt für jede kompakte Teilmenge $Z \subseteq X$.

Abgabe bis zum Freitag, dem 18. November 2011, um 12.00 Uhr