

30. September 2011

4. Übungsblatt Topologie und Gleichgewichte

Aufgabe 1: (3 Punkte)

Zeigen Sie, daß ein n -dimensionaler simplizialer Komplex aus mindestens $2^{n+1} - 1$ Simplizes besteht!

Aufgabe 2: (9 Punkte)

Triangulieren Sie die folgenden topologischen Räume, und berechnen Sie jeweils die alternierende Summe „Ecken – Kanten + Dreiecke“:

- Der Kreisring $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x^2 + y^2 \leq 2\}$
- Der Zylinder, der dadurch entsteht, daß man in einem Rechteck zwei Kanten so zusammenklebt, daß jeder Punkt mit dem gegenüberliegenden identifiziert wird.
- Der MÖBIUS-Streifen entsteht, indem man bei einem Rechteck zwei gegenüberliegende Seiten so verklebt, daß jeweils die diagonal entgegengesetzten Ecken miteinander identifiziert werden.

Die Homöomorphie zwischen einem Dreieck und einem Kreis muß nicht bewiesen werden.

Aufgabe 3: (3 Punkte)

Wie viele Dreiecke, Kanten und Ecken enthält die in der Vorlesung vorgestellte Triangulierung des Torus? Bestimmen Sie die alternierende Summe dieser Anzahlen!

Aufgabe 4: (5 Punkte)

- Zerlegen Sie das Dreiecksprisma mit Ecken $P_i = (0, 0, i)$, $Q_i = (1, 0, i)$ und $R_i = (0, 1, i)$ mit $i \in \{0, 1\}$ in (offene) Simplizes! Wie viele Simplizes der Dimensionen 0, 1, 2, 3 brauchen Sie?
- Wie viele Simplizes wären mindestens nötig, wenn das Prisma nur als abstrakter topologischer Raum trianguliert werden sollte?

Abgabe bis zum Freitag, dem 7. Oktober 2011, um 12.00 Uhr