

6. Mai 2015

10. Übungsblatt Reell-algebraische Geometrie

Aufgabe 1: (5 Punkte)

Nach einem Satz aus der Elementargeometrie schneiden sich die drei Seitenhalbierenden eines Dreiecks in einem Punkt. (Eine Seitenhalbierende ist eine Gerade durch eine der Ecken und den Mittelpunkt der gegenüberliegenden Seite.) Zeigen Sie: Dieser Satz ist äquivalent dazu, daß eine gewisse semialgebraische Menge nicht leer ist.

Aufgabe 2: (5 Punkte)

Im Rahmen von TARSKIS Axiomensystem sei eine neue Relation $Rabc$ definiert als Abkürzung für die Formel

$$a \neq b \wedge b \neq c \wedge \exists d : (ab \equiv bd \wedge Bdba \wedge ac \equiv cd).$$

Zeigen Sie: Mit unserer anschaulichen Interpretation von $Bxyz$ und $u \equiv v$ bedeutet dies, daß die Geraden ab und bc aufeinander senkrecht stehen.

Aufgabe 3: (5 Punkte)

Formulieren Sie den Satz des THALES im Rahmen von TARSKIS Axiomensystem! Verwenden Sie dabei für die Rechtwinkligkeit die Relation R aus Aufgabe 2.

Aufgabe 4: (5 Punkte)

Definieren Sie im Rahmen von TARSKIS Axiomensystem eine Relation $Wabca'b'c'$, die genau dann gilt, wenn $a \neq b$, $b \neq c$, $a' \neq b'$ und $b' \neq c'$ ist und außerdem der Winkel zwischen den Geraden ab und bc gleich dem zwischen den Geraden $a'b'$ und $b'c'$ ist!

Abgabe bis zum Dienstag, dem 12. Mai 2015, um 15.30 Uhr