

30. Oktober 2015

7. Übungsblatt Mathematische Visualisierung

Aufgabe 1: (5 Punkte)

Ein Kegel werde so auf die Erdkugel aufgesetzt, daß er dieselbe Achse hat und am Breitenkreis φ_0 berührt. Zeigen Sie:

- Der Öffnungswinkel dieses Kegels ist φ_0 .
- Die Länge seiner Mantellinien zwischen der Spitze und dem jeweiligen Berührungspunkt ist $R \cot \varphi_0$, wobei R den Erdradius bezeichnet.

Aufgabe 2: (8 Punkte)

Die Erdkugel soll durch einen azimutalen Kegelentwurf so abgebildet werden, daß alle Längengrade längentreu auf Mantellinien des Kegels abgebildet werden und auch zwei Breitenkreise längentreu abgebildet werden.

- Zeigen Sie: Gehören diese Breitenkreise zu den Breiten φ_1 und φ_2 , so liegt das Bild der Erde in einem Kreissektor mit Öffnungswinkel $2\pi n$ mit

$$n = \frac{\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2}{\varphi_2 - \varphi_1}.$$

- Folgern Sie, daß die Mantellinien von der Spitze bis zu den beiden Schnittpunkten die Längen

$$\frac{\cos \varphi_1}{n} \quad \text{und} \quad \frac{\cos \varphi_2}{n}$$

haben!

- Wie sieht die Abbildung aus?
- Zeigen Sie, daß beim Grenzübergang $\varphi_2 \rightarrow \varphi_1$ der in der Vorlesung behandelte Kegelentwurf mit einem berührenden Kegel entsteht.

Aufgabe 3: (7 Punkte)

Ein Kartennetzentwurf für die Erdkugel sei gegeben durch eine Abbildung der Form $(\lambda, \varphi) \mapsto (f(\lambda), g(\varphi))$ mit differenzierbaren Funktionen f und g .

- Welche Bedingungen müssen f und g erfüllen, damit alle Längengrade längentreu abgebildet werden?
- Was muß zusätzlich gelten, damit auch noch der Breitenkreis φ_0 längentreu abgebildet wird?
- Unter welchen Bedingungen an f und g ist der Entwurf winkeltreu?
- Wann ist er flächentreu?

Abgabe bis zum Donnerstag, dem 5. November 2015, um 15.30 Uhr