

21. September 2015

## 1. Übungsblatt Mathematische Visualisierung

### Aufgabe 1: (5 Punkte)

Zeichnen Sie das Bild des Würfels  $W$  mit Ecken  $(\pm 1, \pm 1, \pm 1)$

- unter der Isometrie nach DIN 5
- unter der Abbildung einer geeigneten Camera Obscura!

### Aufgabe 2: (5 Punkte)

$W$  sei wieder der Würfel mit Ecken  $(\pm 1, \pm 1, \pm 1)$ .

- Berechnen Sie für jede der sechs Begrenzungsflächen von  $W$  deren nach außen zeigende Flächennormale!
- Welche „Normalenvektoren“ ordnet das Verfahren von GOURAUD den acht Eckpunkten zu?
- Berechnen Sie ausgehend von diesen acht Vektoren den „Normalenvektor“, den PHONG dem Punkt  $(x, y, 1)$  auf der Würfeloberfläche zuordnet! Wie können Sie diesen geometrisch interpretieren?

### Aufgabe 3: (6 Punkte)

- Berechnen Sie für jeden Punkt der Menge

$$K = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z = e^{-x^2-y^2} \text{ und } x^2 + y^2 \leq 2\}$$

den nach außen zeigenden Normalenvektor!

- Bestimmen Sie für jeden Punkt des zweischaligen Hyperboloids

$$H = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z^2 - x^2 - y^2 = 1\}$$

den in Richtung steigender Beträge von  $z$  zeigenden Normalenvektor!

- Berechnen Sie die Flächennormalen des Dreiecks mit Ecken  $(1, 2, 3)$ ,  $(3, 2, 1)$  und  $(3, 1, 2)$ !

### Aufgabe 4: (4 Punkte)

Die Einheitskugel sei parametrisiert durch die Formeln

$$x = \cos \varphi \cos \lambda, \quad y = \cos \varphi \sin \lambda, \quad z = \sin \varphi,$$

und für vier gegebene Winkel  $\varphi_1, \varphi_2, \lambda_1, \lambda_2$  seien  $P_{ij}$  die Punkte mit Winkelkoordinaten  $(\varphi_i, \lambda_j)$ . Zeigen Sie, daß die Punkte  $P_{11}, P_{12}, P_{21}$  und  $P_{22}$  in einer Ebene liegen und daß deren Normalenvektor dieselbe Richtung hat wie der Vektor vom Nullpunkt zum Punkt mit Winkelkoordinaten  $\frac{1}{2}(\varphi_1 + \varphi_2)$  und  $\frac{1}{2}(\lambda_1 + \lambda_2)$ !

*Hinweis: Sie sparen viel Arbeit, wenn Sie sich zunächst überlegen, daß o.B.d.A.  $\varphi_2 = -\varphi_1$  und  $\lambda_2 = -\lambda_1$  angenommen werden kann.*

Abgabe bis zum Donnerstag, dem 24. September 2015, um 15.30 Uhr