Wolfgang K. Seiler
Tel. 2515

A5, C201

3. Mai 2012

8. Übungsblatt Mathematische Visualisierung

Aufgabe 1: *(10 Punkte)*
Bestimmen Sie die Röhren mit Radius r im $\mathbb{R}^3$ um die folgenden Kurven, und geben Sie die Randfläche der Röhre in Parameterdarstellung an:

a) die x-Achse

b) die Kurve $y = 3 - \cosh x = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$ und $z = 0$ im Bereich $y \geq 0$

c) die in Parameterdarstellung gegebene Kurve $x = \cos t, y = \sin t, z = t$.
Hinweis: Der Querschnitt der Röhre steht senkrecht auf dem Tangentenvektor an die Kurve.

Aufgabe 2: *(4 Punkte)*
Ein *Sphäroid* ist definiert als Rotationsfläche einer Ellipse um eine ihrer Achsen; in Parameterform kann es beschrieben werden durch

$$x(u,v) = a\cos u\cos v, \quad y(u,v) = a\cos u\sin v \quad \text{und} \quad z(u,v) = b\sin u$$

mit $u \in \left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$ und $v \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$. (Das sind die sogenannte *geozentrischen* Koordinaten.)

a) Für welche Parameterwerte u, v ist diese Parametrisierung regulär?

b) Berechnen Sie die Fundamentalgrößen e, f und g für diese Parametrisierung!

Aufgabe 3: *(6 Punkte)*
Im Falle $a = b = r$ beschreibt die Parametrisierung aus der vorigen Aufgabe eine Sphäre. Darauf betrachten wir die Kurve, die gegeben ist durch die Abbildung

$$[-5\pi, 5\pi] \to \mathbb{R}^2; \quad t \mapsto \begin{pmatrix} u(t) \\ v(t) \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad u(t) = \frac{t}{10} \quad \text{und} \quad v(t) = \frac{t}{5}\,.$$

a) Beschreiben Sie diese Kurve geometrisch!

b) Geben Sie ihre Länge an als bestimmtes Integral! (Dieses Integral soll *nicht* weiter ausgerechnet werden.)

c) Unter welchem Winkel scheidet die Kurve den Äquator $u = 0$ der Sphäre?

Abgabe bis zum Donnerstag, dem 10. Mai 2012, um 15.30 Uhr