

19. März 2026

5. Übungsblatt Mathematik und Information

Aufgabe 1: (6 Punkte)

Bei einem Rennen mit drei Pferden wird für jedes der drei bei Sieg eine Verdreifachung des Einsatzes angeboten. Die Wahrscheinlichkeit für einen Sieg des ersten Pferdes liege bei 50%; für die beiden anderen seien es jeweils 25%. Bestimmen Sie das optimale Portfolio bezüglich dieser Wahrscheinlichkeiten und die zugehörige Verdoppelungsrate!

Aufgabe 2: (8 Punkte)

Angenommen, bei einem Pferderennen gibt es Wettanbieter, die mit sehr verschiedenen Ausgängen rechnen. Indem Sie für jedes Pferd k den Anbieter wählen, der die höchste Quote o_k bietet, können Sie dann vielleicht erreichen, daß $S = \sum_{k=1}^n \frac{1}{o_k} < 1$ ist. In so einem Fall bietet sich als Wettstrategie zum Beispiel ein sogenanntes *Dutch book* an: Sie wählen das Portfolio b mit $b_k = \frac{1}{S o_k}$.

- a) Wie groß ist bei diesem Portfolio der Gewinn/Verlust, falls das k -te Pferd siegt? Wie groß ist der Erwartungswert?
- b) Konkret gebe es nur zwei Pferde; ein Händler bietet die Quote $o_1 = 1,5$ für das erste an, ein zweiter $o_2 = 6$ für das zweite. Wie sieht das *Dutch book* dazu aus?
- c) Die Gewinnwahrscheinlichkeit beider Pferde sei gleich. Auf welche Verdoppelungsrate führt dann das *Dutch book*, und was ist die optimale Verdoppelungsrate?
- d) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit eines Verlust in einem Rennen dieser beiden Pferde für das optimale Portfolio, wie groß für das *Dutch book*?

Aufgabe 3: (6 Punkte)

Beim *Lotto light* kreuzt der Spieler eine Zahl zwischen 1 und 8 an. Bei der wöchentlichen Ziehung wird zufällig eine solche Zahl gezogen, wobei jede der acht Zahlen die gleiche Wahrscheinlichkeit hat. Die gesamten Einsätze werden gleichmäßig auf diejenigen Spieler verteilt, die die gezogene Zahl angekreuzt haben. Untersuchungen ergaben folgende Werte für die Wahrscheinlichkeit p_i dafür, daß auf einem Spielschein die Zahl i angekreuzt ist:

i	1	2	3	4	5	6	7	8
p_i	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{16}$

- a) Welche Strategie sollte ein Spieler wählen, der vorhat, eine große Anzahl von Spielscheinen abzugeben?
- b) Welche Verdoppelungsrate erzielt er mit dieser Strategie?
- c) Sie starten mit einem Einsatz von 100 Euro. Nach welcher Zeit sind Sie wahrscheinlich Millionär unter der Annahme, daß die geforderten Wetteinsätze die exakte Umsetzung Ihrer Strategie zulassen?

Abgabe bis zum Mittwoch, dem 25. März 2026, um 15.30 Uhr