Wolfgang K. Seiler
Tel. 2515

B6, B4.08

15. März 2026

4. Übungsblatt Mathematik und Information

Aufgabe 1:

Eine Quelle produziert Folgen von Nullen und Einsen, wobei die Eins nur eine Wahrscheinlichkeit von $1/200$ hat.

a) Berechnen Sie die Entropie dieser Quelle?

b) Die von der Quelle produzierten Bit werden in Blöcken von je hundert Zeichen übertragen. Dazu wird jeder Folge von hundert Nullen und Einsen, die höchstens drei Einsen enthält, ein Codewort zugeordnet. Alle diese Codewörter haben dieselbe Länge. Wie viele Bit müssen das mindestens sein?

Aufgabe 2:

Die acht häufigsten Buchstaben des Alphabets haben in Jean Pauls Roman *Dr. Katzenbeisers Badereise* folgende Häufigkeiten:

E	N	I	R	S	A	T	H
0,185	0,103	0,0735	0,0695	0,0681	0,0575	0,0546	0,0525

Zusammen kommen sie auf eine Häufigkeit von 66,37%. Angenommen, eine Quelle sendet von einem deutschen Text nur diese Buchstaben; für jeden der 18 übrigen Buchstaben sendet sie ein Leerzeichen. Finden Sie einen dazu passenden binären Huffman-Code und berechnen Sie dessen mittlere Länge!

Aufgabe 3:

A sei ein Alphabet aus n Buchstaben, die allesamt mit gleicher Wahrscheinlichkeit vorkommen.

a) Berechnen Sie die mittlere Länge eines binären Huffman-Codes für die Fälle $n = 3$ und $n = 24$!

b) Dito für $n = 2^k - 1$ mit $k \geq 2$ aus $\mathbb{N}$!

Aufgabe 4:

Bei der Übertragung einer geheimen Nachricht werden typischerweise drei Kodierungsschritte ausgeführt:

1. Bei der *Quellenkodierung* wird die Nachricht für das Übertragungsmedium aufbereitet; beispielsweise können Buchstaben durch ihre ASCII-Codes ersetzt werden. Bei längeren Texten werden hier auch noch Komprimierungsverfahren angewendet.
2. Die *Kanalkodierung* sichert die Nachricht durch fehlererkennende oder fehlerkorrigierende Codes gegen Übertragungsfehler.
3. Durch kryptographische Verschlüsselung wird die Nachricht gegen Abhören geschützt.

In welcher Reihenfolge sollte man diese drei Schritte anwenden, um die Nachricht optimal zu sichern?

Abgabe bis zum Mittwoch, dem 18. März 2026, um 15.30 Uhr