

18. Mai 2016

9. Übungsblatt Mathematik und Information

Aufgabe 1: (8 Punkte)

Eine Anlage wächst jedes Jahr mit einer Wahrscheinlichkeit von 60% um zwei Prozent, mit einer Wahrscheinlichkeit von 40% verliert sie ein Prozent an Wert.

- Welche Wachstumsrate hat diese Anlage?
- Welches maximale/minimale Wachstum ist in zehn Jahren möglich?
- Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, daß das Vermögen nach zehn Jahren kleiner ist als der Anlagebetrag?
- Nun wird nur ein Anteil $c \in [0, 1]$ des Vermögens investiert, der Rest wird zurückbehalten. Wie hängen die Antworten auf a) bis c) für die neue Anlagestrategie von c ab?

Aufgabe 2: (12 Punkte)

Sie wollen eine gewisse Geldsumme an der Börse anlegen, wobei sie zwei der dort gehandelten Aktien favorisieren. Nach Ihren Schätzungen gewinnt mit einer Wahrscheinlichkeit von $\frac{3}{4}$ die erste Aktie pro Anlagezeitraum ein Prozent ihres Wertes und die zweite fünf. Mit einer Wahrscheinlichkeit von fünf Prozent gewinnt die erste Aktie ein Prozent, während die zweite zwanzig Prozent verliert; mit fünfzehn Prozent Wahrscheinlichkeit gewinnen beide Aktien je fünf Prozent. In den restlichen Fällen gewinnt die erste Aktie zehn Prozent, und die zweite verliert zwanzig.

- Welche Verteilung hat der Vektor (X, Y) der beiden Zufallsvariablen für die Wertentwicklungen der beiden Aktien? Welchen Erwartungswert und welche Kovarianzmatrix hat die Verteilung?
- Welches sind die Verteilungen von X und von Y jeweils für sich allein? Welche Erwartungswerte und Varianzen haben sie?
- Welche erwartete Wachstumsrate hat jede der beiden Aktien?
- Wie sieht das log-optimale Portfolio aus, und welche Wachstumsrate hat es?
- Bestimmen Sie den maximalen und den minimalen Wert, den dieses Portfolio nach zehn Anlageperioden annehmen kann! Mit welcher Wahrscheinlichkeit treten diese Fälle jeweils auf?
- Welche erwarteten Wachstumsraten werden erzielt, wenn in jeder Periode ein Viertel, die Hälfte bzw. drei Viertel des vorhandenen Kapitals zurückgehalten und nur der Rest gemäß der KELLY-Strategie investiert wird? Wie sind nun die maximalen und minimalen Werte nach zehn Perioden?
- Was ändert sich an den Antworten auf d), e) und f), wenn Sie von voneinander unabhängigen Zufallsvariablen X und Y (mit den Verteilungen aus b)) ausgehen?

Abgabe bis zum Donnerstag, dem 20. Mai 2016, um 15.30 Uhr