

11. September 2016

### 3. Übungsblatt Mathematik und Information

**Aufgabe 1:** (8 Punkte)

$\mathcal{X} = X_1, X_2, \dots$  sei eine stationäre MARKOV-Kette mit Alphabet  $A = \{a, b\}$  und Übergangsmatrix  $A = \begin{pmatrix} p & 1-p \\ 1-q & q \end{pmatrix}$ .

- Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilungen und Entropien der einzelnen Zufallsvariablen  $X_n$ !
- Bestimmen Sie die Entropierate dieses Prozesses!
- Wie muß man  $p$  und  $q$  wählen, damit diese Rate möglichst groß bzw. möglichst klein wird?

**Aufgabe 2:** (4 Punkte)

$\mathcal{X} = X_1, X_2, \dots$  sei ein stochastischer Prozess mit Alphabet  $A$ ,  $f: A \rightarrow B$  sei eine Abbildung, und der stochastische Prozess  $\mathcal{Y} = Y_1, Y_2, \dots$  sei definiert durch  $Y_i = f(X_i)$ . Zeigen Sie, daß für die Entropieraten der beiden Prozesse gilt:  $H(\mathcal{Y}) \leq H(\mathcal{X})$

**Aufgabe 3:** (3 Punkte)

$X$  sei eine Zufallsvariable mit einem sechsbuchstabigen Alphabet  $A$ ; dessen Elemente werden über einem Code-Alphabet  $C$  kodiert durch Sequenzen der Längen 1, 1, 2, 3, 3 und 2. Wie viele Zeichen muß  $C$  mindestens enthalten?

**Aufgabe 4:** (5 Punkte)

$A$  sei ein Alphabet mit  $n$  Buchstaben, und  $C$  ein Codealphabet aus  $d$  Zeichen. Zeigen Sie: Für jeden Präfixcode mit  $\sum_{i=1}^n d^{-\ell_i} < 1$  gibt es beliebig lange Folgen von Symbolen aus  $C$ , die *keinen* Buchstabenfolgen aus  $A$  entsprechen.

Abgabe bis zum Freitag, dem 18. September 2016, um 11.55 Uhr