

4. Oktober 2012

## 5. Übungsblatt Mathematik und Information

### Aufgabe 1: (5 Punkte)

Das Alphabet  $A = \{a, b\}$  enthalte zwei Elemente, und  $X_1, X_2, \dots$  sei eine Folge von unabhängigen Zufallsvariablen, die  $a$  mit Wahrscheinlichkeit  $2/3$  und  $b$  mit Wahrscheinlichkeit  $1/3$  annehmen. Bestimmen Sie für  $\varepsilon = \frac{1}{2}$  und  $\varepsilon = \frac{1}{4}$ , wieviel Prozent der Elemente von  $A^{10}$  in  $A_\varepsilon^{10}$  liegen!

### Aufgabe 2: (7 Punkte)

Eine Quelle produziert Folgen von Nullen und Einsen, wobei die Eins nur eine Wahrscheinlichkeit von  $1/200$  hat.

- Berechnen Sie die Entropie dieser Quelle?
- Die von der Quelle produzierten Bit werden in Blöcken von je hundert Zeichen übertragen. Dazu wird jeder Folge von hundert Nullen und Einsen, die höchstens drei Einsen enthält, ein Codewort zugeordnet. Alle diese Codewörter haben dieselbe Länge. Wie viele Bit müssen das mindestens sein?
- Finden Sie eine im Durchschnitt effizientere Codierung, die mit Codewörtern verschiedener Länge arbeitet!
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß eine Folge auftritt, für die kein Codewort festgelegt wurde?

### Aufgabe 3: (4 Punkte)

$X$  sei eine Zufallsvariable mit einem sechsbuchstabigen Alphabet  $A$ ; dessen Elemente werden über einem Code-Alphabet  $C$  kodiert durch Sequenzen der Längen 1, 1, 2, 3, 3 und 2. Wie viele Zeichen muß  $C$  mindestens enthalten?

### Aufgabe 4: (4 Punkte)

$X$  sei eine Zufallsvariable mit Alphabet  $A$ ; dessen Elemente sollen kodiert werden über dem Codealphabet  $C = \{0, 1\}$ . Zeigen Sie: Wenn es einen Code mit mittlerer Codelänge  $H(X)$  gibt, ist die Wahrscheinlichkeit eines jeden Buchstaben  $a \in A$  eine Potenz von  $1/2$ !

Abgabe bis zum Donnerstag, dem 11. Oktober 2012, um 15.30 Uhr