WOLFGANG K. SEILER
Tel. 2515

A5, ZIMMER C201

Themenvorschläge für die kleinen Übungen am 29. Januar 2004

a) Bestimmen Sie die sämtlichen Lösungen der folgenden Differentialgleichungen und diskutieren Sie deren Langzeitverhalten!

$\dot y(t) + 2ty(t) = 4t$	(1)	$\dot y(t) + \frac{y(t)}{t} + e^t = 0$	(2)
$\dot y(t) = a + bt + cy(t)$	(3)	$(1+t)\dot y(t) + y(t) + t^2 + t^3 = 0$	(4)
$\dot y(t) + y(t) = 2\sin t$	(5)	$\dot y(t) + \sin t\, y(t) = \sin^3 t$	(6)

b) Welche der folgenden Anfangswertprobleme sind eindeutig lösbar?

$$\dot y(t) = \cos y(t) \quad \text{mit} \quad y(0) = 0 \qquad (1)$$
$$2\dot y(t)y(t) = 1 \quad \text{mit} \quad y(0) = 0 \qquad (2)$$
$$\dot y(t) = \tfrac{5}{3}y(t)^{\frac{2}{5}} \quad \text{mit} \quad y(0) = 0 \qquad (3)$$
$$\dot y(t) = \frac{\sin t \cdot \cos y(t)}{1+t^8} \quad \text{mit} \quad y(0) = 1 \qquad (4)$$
$$\dot y(t)^2 = 4y(t) \quad \text{mit} \quad y(0) = 0 \qquad (5)$$
$$\dot y(t) = \frac{1}{y(t)} \quad \text{mit} \quad y(0) = 1 \qquad (6)$$

c) Finden Sie die allgemeine reelle Lösung der folgenden Differentialgleichungen, und überlegen Sie sich, wo t liegen muß, damit diese Lösungen existieren:

$\dot y(t) = \dfrac{t^2}{e^{y(t)}}$	(1)	$\dot y(t) = \dfrac{e^t}{y(t)^2}$	(2)	$\dot y(t) = e^{t+y(t)}$	(3)
$\dot y(t) = t^2 y(t)^2$	(4)	$\dot y(t) = \dfrac{t^2}{y(t)^2}$	(5)	$\dot y(t) = \dfrac{1+y(t)^2}{1+t^2}$	(6)

Hinweis zu (6)*:* $\tan(\alpha+\beta) = \dfrac{\tan\alpha + \tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}$

d) Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme und geben Sie jeweils an, wo die Lösungen existieren:

$$\dot y(t) = \frac{t}{y(t)} \quad \text{mit} \quad y(0) = 3 \qquad (1)$$
$$\dot y(t) = \frac{t}{y(t)} \quad \text{mit} \quad y(0) = -3 \qquad (2)$$
$$\dot y(t) = \sin^2 t \cdot \cos^2 y(t) \quad \text{mit} \quad y(0) = \frac{\pi}{4} \qquad (3)$$
$$\dot y(t) = 1 + y(t)^2 \quad \text{mit} \quad y(0) = 0 \qquad (4)$$
$$\dot y(t) = 1 + y(t)^2 \quad \text{mit} \quad y(0) = 1 \qquad (5)$$
$$y(t)\,\dot y(t) + \big(1 + y(t)^2\big)\sin t = 0 \quad \text{mit} \quad y(0) = 1 \qquad (6)$$

e) 1960 wurde anhand der damals vorliegenden Daten (von drei amerikanischen Elektrotechnikern) vorgeschlagen, daß die Weltbevölkerung $N(t)$ zum Zeitpunkt t gemäß dem Gesetz $\dot N(t) = aN(t)^b$ wachsen sollte mit $a > 0$ und $b > 1$. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung dieser Differentialgleichung!

f) Diskutieren Sie das qualitative Verhalten der Lösungsfunktionen!

g) Welche Bedingung muß die Integrationskonstante C mindestens erfüllen, falls diese Gleichung für den gegenwärtigen Zeitpunkt ein realistisches Modell sein sollte?