

25. Februar 2004

13. Übungsblatt Höhere Mathematik II

Fragen: (je ein Punkt)

Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.

- 1) *Richtig oder falsch:* Das Anfangswertproblem $\dot{y}(t) = y(t)^2$ mit $y(0) = 0$ hat genau eine Lösung in $[0, 1]$.
- 2) *Richtig oder falsch:* Das Anfangswertproblem $\dot{y}(t) = y(t)^{2/3}$ mit $y(0) = 0$ hat genau eine reelle Lösung.
- 3) *Richtig oder falsch:* Das Anfangswertproblem $\dot{y}(t) = \tan y(t)$ mit $y(0) = 0$ hat in $[0, 1]$ nur die Nulllösung.
- 4) Für welche Werte von t_0 ist das Anfangswertproblem $\dot{y}(t) = -t/y$ mit $y(t_0) = y_0$ eindeutig lösbar?

Aufgabe 1: (5 Punkte)

Finden Sie die Lösungen der folgenden linearen Differentialgleichungen und diskutieren Sie deren Langzeitverhalten!

- a) $\dot{y}(t) + e^{-t}y(t) = e^{-t}$
- b) $\dot{y}(t) + \sin t \cdot y(t) = 2 \sin t \cos t$

Aufgabe 2: (8 Punkte)

Lösen Sie die folgenden Differentialgleichungen:

- a) $t(y(t)^2 + 1) + (t^2 + 1)\dot{y}(t) = 0$
- b) $(1 - t)y(t)\dot{y}(t) = 1 - y(t)^2$
- c) $\dot{y}(t) = e^{y(t)} \sin t$
- d) $e^{y(t)} + y(t) \cos(ty(t)) + te^{y(t)} + t \cos(ty(t))\dot{y}(t) = 0$

Aufgabe 3: (3 Punkte)

In gewissen mikrobiologischen Reaktoren genügt die Konzentration des entstehenden Produkts der Differentialgleichung

$$\dot{y}(t) = \frac{ay(t)}{b + y(t)}$$

mit positiven Konstanten $a, b \in \mathbb{R}$. Stellen Sie einen Zusammenhang zwischen y und t her, und drücken Sie mindestens eine der beiden Variablen durch die andere aus!

Keine Abgabe! Abgegeben wird diese Woche nur die Klausur!