Wolfgang K. Seiler
Tel. 2515

A5, C201

3. November 2003

4. Übungsblatt Höhere Mathematik II

Fragen: *(je ein Punkt)*
Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze *Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.*

1) Richtig oder falsch: Differentiation definiert eine lineare Abbildung $P_T(\mathbb{R}) \to P_T(\mathbb{R})$, wobei $P_T(\mathbb{R})$ den Vektorraum aller trigonometrischer Polynome mit reellen Koeffizienten bezeichnet.

2) Richtig oder falsch: Jedes nichtkonstante komplexe trigonometrische Polynom hat mindestens eine Nullstelle.

3) Richtig oder falsch: Falls für ein trigonometrisches Polynome $f \in P_T(\mathbb{R})$ das Integral $\int\limits_{-\infty}^{\infty} f(t)\,dt = \lim\limits_{\substack{a\to\infty\\ b\to\infty}} \int\limits_{-a}^{b} f(t)\,dt$ existiert, ist f gleich der Nullfunktion.

4) Richtig oder falsch: Falls die Funktion $f \in L_T(\mathbb{R})$ ungerade ist, enthält die Fourier-Reihe von f nur Sinusterme.

5) Richtig oder falsch: Falls die Fourier-Reihe von $f \in L_T(\mathbb{R})$ nur Cosinusterme enthält, ist f gerade.

Aufgabe 1: *(6 Punkte)*
Bestimmen Sie die reellen und die komplexen Fourier-Reihen der folgenden Funktionen:

a) $f(t) = \cos^2 t$ *b)* $g(t) = \sin^6 t$ *c)* $h(t) = 4 + \sin t \cos t$

Aufgabe 2: *(4 Punkte)*

a) Skizzieren Sie die Funktion

$$f(t) = \begin{cases} 1 & \text{für } |t| < T/4 \\ 0 & \text{für } T/4 \le |t| \le T/2 \end{cases} \quad \text{mit} \quad f(t+T) = f(t) \ \text{ für alle } t \in \mathbb{R}$$

im Intervall $[-3T, 3T]$!

b) Ist f gerade oder ungerade?

c) Berechnen Sie die reelle Fourier-Reihe von f!

Aufgabe 3: *(5 Punkte)*
Eine Kippschwingung mit Zeitkonstante τ wird beschrieben durch die Funktion

$$f(t) = e^{-t/\tau} \quad \text{für } 0 \le t < T\,,$$

die durch $f(t+T) = f(t)$ periodisch auf ganz $\mathbb{R}$ fortgesetzt wird.

a) Skizzieren Sie $f(t)$ im Intervall $[0, 3T]$

b) Ist f gerade oder ungerade?

c) Berechnen Sie die reelle Fourier-Reihe von f.

Abgabe bis zum Montag, dem 10. November 2003, um 15.30 Uhr