

27. Oktober 2003

### 3. Übungsblatt Höhere Mathematik II

**Fragen:** (je ein Punkt)

Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.

- 1) *Richtig oder falsch:* Die LAURENT-Reihe der Funktion  $f(z) = \frac{e^z}{e^{2iz} - 1}$  um den Nullpunkt konvergiert für  $z = 1$ .
- 2) *Richtig oder falsch:* Die LAURENT-Reihe der Funktion  $f(z) = \frac{\sin^2 z}{z^2 + 1}$  um den Nullpunkt konvergiert auf dem Einheitskreis.
- 3) Was ist  $\text{Res}_0 \frac{\sin z}{z^4}$  ?
- 4) *Richtig oder falsch:* Für eine gerade meromorphe Funktion  $f$  ist  $\text{Res}_0 f = 0$ .
- 5) *Richtig oder falsch:* Hat die auf  $\mathbb{C}$  meromorphe Funktion  $f$  nur Pole mindestens zweiter Ordnung, verschwindet  $\int_\gamma f(z) dz$  für jede geschlossene Kurve  $\gamma$ .

**Aufgabe 1:** (5 Punkte)

Berechnen Sie die LAURENT-Reihen der folgenden Funktionen um den Nullpunkt:

- a)  $f(z) = \frac{\cos z}{z^3}$     b)  $f(z) = \frac{z+2}{z(z+1)}$     c)  $f(z) = \cot z = \frac{\cos z}{\sin z}$ , hier nur die Terme vom Grad  $\leq 3$ .

**Aufgabe 2:** (5 Punkte)

Berechnen Sie für  $\gamma: [0, 8] \rightarrow \mathbb{C}$  mit  $\gamma(t) = \begin{cases} t-1-i & \text{für } 0 \leq t \leq 2 \\ it+1-3i & \text{für } 2 \leq t \leq 4 \\ -t+5+i & \text{für } 4 \leq t \leq 6 \\ -it-1+7i & \text{für } 6 \leq t \leq 8 \end{cases}$  die folgenden Integrale:

- a)  $\int_\gamma \frac{dz}{2z^2+1}$     b)  $\int_\gamma \tan z dz$     c)  $\int_\gamma \frac{dz}{\cos z}$

**Aufgabe 3:** (5 Punkte)

Berechnen Sie  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 dx}{x^4+100}$  !