

27. Juni 2003

## 9. Übungsblatt Höhere Mathematik I

**Fragen:** (je ein Punkt)

Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.

- 1) *Richtig oder falsch:* Der Korrelationskoeffizient der zehn Datenpaare  $(\frac{i}{10}, \cos \frac{i}{10})$  ist positiv.
- 2) *Richtig oder falsch:* Für drei Vektoren  $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w} \in \mathbb{R}^3$  ist  $\vec{u} \cdot (\vec{v} \cdot \vec{w}) = (\vec{u} \cdot \vec{v}) \cdot \vec{w}$ .
- 3) *Richtig oder falsch:* Für drei Vektoren  $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w} \in \mathbb{R}^3$  ist  $\vec{u} \times (\vec{v} \times \vec{w}) = (\vec{u} \times \vec{v}) \times \vec{w}$ .
- 4) Was ist die inverse Permutation zu  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}$ ?
- 5) *Richtig oder falsch:* Die HERMITESchen  $n \times n$ -Matrizen bilden bezüglich der Multiplikation eine Gruppe.
- 6) *Richtig oder falsch:* Die unitären  $n \times n$ -Matrizen bilden bezüglich der Multiplikation eine Gruppe.
- 7) *Richtig oder falsch:* Für die Matrix  $A \in \mathbb{K}^{n \times n}$  sei  $A^3 = A$ . Dann ist  $\det A = 0$  oder  $\det A = \pm 1$ .
- 8) *Richtig oder falsch:* Für  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  und  $\lambda \in \mathbb{R}$  ist  $\det(\lambda A) = \lambda \det A$ .

**Aufgabe 1:** (4 Punkte)

- a) Zeigen Sie: Für zwei Vektoren  $\vec{u}, \vec{v} \in \mathbb{R}^3$  ist  $|\vec{u} \times \vec{v}|^2 = |\vec{u}|^2 \cdot |\vec{v}|^2 - |\vec{u} \cdot \vec{v}|^2$
- b) Zeigen Sie, daß das Polyeder mit den acht Ecken  $A = (4, 0, 8)$ ,  $B = (4, 3, 8)$ ,  $C = (5, 0, 7)$ ,  $D = (6, 2, 10)$ ,  $E = (2, 1, 6)$ ,  $F = (3, 1, 5)$ ,  $G = (3, 3, 9)$  und  $H = (5, 2, 11)$  ein Parallelepiped ist, und berechnen Sie sein Volumen!

**Aufgabe 2:** (5 Punkte)

- a) Berechnen Sie das Produkt  $\pi_1 \circ \pi_2$  der beiden Permutationen

$$\pi_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 2 & 4 & 6 & 8 & 10 & 1 & 3 & 5 & 7 & 9 \end{pmatrix} \text{ und } \pi_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 10 & 8 & 6 & 4 & 2 & 1 & 3 & 5 & 7 & 9 \end{pmatrix} !$$

- b) Schreiben Sie die Permutation  $\pi_1$  als Produkt von Transpositionen!

**Aufgabe 3:** (3 Punkte)

Berechnen Sie die Determinante der vom sechsten Übungsblatt her bekannten Matrix

$$A = \begin{pmatrix} a-1 & 2 & 3 & 4 \\ 2-2a & a-6 & -3 & -4 \\ a-1 & 6-2a & a-6 & 0 \\ 0 & (a+1)(a-2) & 9+4a-a^2 & a-8 \end{pmatrix}.$$

Abgabe bis zum Freitag, dem 4. Juli 2003, um 12.00 Uhr