Wolfgang K. Seiler
Tel. 2515

A5, C201

6. Juni 2003

6. Übungsblatt Höhere Mathematik I

Fragen: *(je ein Punkt)*
Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze *Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.*

1) *Richtig oder falsch:* Zur Matrix $A \in k^{n\times n}$ gebe es eine Matrix $B \in k^{n\times n}$, so daß $A = B\,{}^tB$. Dann ist ${}^tA = A$.

2) *Richtig oder falsch:* Zur Matrix $A \in k^{n\times n}$ gebe es eine Matrix $B \in k^{n\times n}$, so daß gilt $A = B - {}^tB$. Dann ist ${}^tA = A$.

3) *Richtig oder falsch:* Für zwei invertierbare Matrizen $A, B \in k^{n\times n}$ ist ${}^t\big((AB)^{-1}\big) = {}^t(A^{-1})\,{}^t(B^{-1})$.

4) *Richtig oder falsch:* Der Rang einer $n \times n$-Matrix A ist gleich der Anzahl der von Null verschiedenen Diagonalelemente der Matrix R aus ihrer LR-Zerlegung.

5) Für welche Matrix P ist $P\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g & h & i \\ d & e & f \\ a & b & c \end{pmatrix}$?

Aufgabe 1: (*4 Punkte)*

a) Die Abbildung $\varphi\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ habe bezüglich der Standardbasis des $\mathbb{R}^2$ die Abbildungsmatrix $A = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 6 & -2 \end{pmatrix}$. Welche Abbildungsmatrix hat sie bezüglich der Basis aus den Vektoren $\binom{1}{2}$ und $\binom{2}{3}$?

b) Welche Abbildungsmatrix hat die Abbildung $\varphi^n = \varphi \circ \cdots \circ \varphi$ bezüglich dieser Basis?

c) Was ist A^{10} ?

Aufgabe 2: (*5 Punkte)*

Der Vektorraum P_n aller reeller Polynome vom Grad höchstens n hat unter anderem die Basen $\mathcal{B}_a$ bestehend aus den Polynomen $1, (x+a), (x+a)^2, \ldots, (x+a)^n$. Berechnen Sie die Matrizen für die Basiswechsel von $\mathcal{B}_0$ nach $\mathcal{B}_1$ und von $\mathcal{B}_1$ nach $\mathcal{B}_0$

a) für $n = 3$ *b)* für beliebiges $n \in \mathbb{N}$!

Aufgabe 3: (*6 Punkte)*

a) Bestimmen Sie die LR-Zerlegung der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} a-1 & 2 & 3 & 4 \\ 2-2a & a-6 & -3 & -4 \\ a-1 & 6-2a & a-6 & 0 \\ 0 & (a+1)(a-2) & 9+4a-a^2 & a-8 \end{pmatrix}!$$

b) Geben Sie, in Abhängigkeit von a und einer beliebigen rechten Seite, die Lösungsmenge des linearen Gleichungssystems $A \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b \\ c \\ d \\ e \end{pmatrix}$ durch möglichst einfache Formeln an!

Abgabe bis zum Freitag, dem 13. Juni 2003, um 12.00 Uhr