

16. Mai 2003

3. Übungsblatt Höhere Mathematik I

Fragen: (je ein Punkt)

Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sollten nicht länger als etwa zwei Zeilen sein und lediglich eine kurze Begründung enthalten. Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.

- 1) *Richtig oder falsch:* Für $x, y \in \mathbb{F}_{1024}$ ist $(x + y)^6 = x^6 + y^6$.
- 2) Bestimmen Sie eine Basis des Kern der linearen Abbildung $\varphi: \begin{cases} \mathbb{F}_2^2 \rightarrow \mathbb{F}_2 \\ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto x + y \end{cases} !$
- 3) *Richtig oder falsch:* Jeder Vektorraum über \mathbb{F}_2 ist auch ein Vektorraum über \mathbb{F}_4 .
- 4) *Richtig oder falsch:* \mathbb{F}_8 ist ein zweidimensionaler \mathbb{F}_4 -Vektorraum.
- 5) *Richtig oder falsch:* Die Binärdarstellung der natürlichen Zahlen macht \mathbb{N} mit ihrer üblichen Addition zum Vektorraum über \mathbb{F}_2 mit Basis $\{1, 2, 4, 8, 16, \dots\}$.

Aufgabe 1: (5 Punkte)

- a) Zeigen Sie: Für alle $a \in \mathbb{F}_4$ ist $a^4 = a$.
- b) Finden Sie alle Lösungen der Gleichung $x^6 = x$ in \mathbb{F}_4 !
- c) Finden Sie alle Lösungen der Gleichung $x^6 = 1$ in \mathbb{F}_4 !

Aufgabe 2: (4 Punkte)

- a) Stellen Sie den ggT von 2003 und 1984 als Linearkombination dieser beiden Zahlen dar!
- b) Bestimmen Sie im Körper \mathbb{F}_{2003} das multiplikative Inverse von 20!

Aufgabe 3: (6 Punkte)

Addition und Multiplikation im Körper \mathbb{F}_{256} seien über das Polynom $P = x^8 + x^4 + x^3 + x + 1$ erklärt, und $\alpha \in \mathbb{F}_{256}$ sei so gewählt, daß $P(\alpha) = 0$ ist. Stellen Sie die folgenden Potenzen und Produkte in der Form

$$a + b\alpha + c\alpha^2 + d\alpha^3 + e\alpha^4 + f\alpha^5 + g\alpha^6 + h\alpha^7$$

dar:

- a) α^{15}
- b) $(1 + \alpha^4)(1 + \alpha^5)$
- c) $(\alpha^2 + \alpha^3 + \alpha^4 + \alpha^6)^2$
- d) $(1 + \alpha + \alpha^2 + \alpha^3)^2$

Abgabe bis zum Freitag, dem 23. Mai 2003, um 12.00 Uhr